

## 13. Magnus Georg von Paucker (1787–1855)

Магнус-Георг Андреевич Паукер / Magnus-Georg Andreevič Pauker

### 13.1. Magnus Georg Pauckers Lebenslauf im Überblick

* 15./27.11.1787	Magnus Georg Paucker in dem estnischen Dorf Sankt Simonis geboren
1805	Beginn des Studiums der Physik und der Astronomie an der Universität Dorpat bei Georg Friedrich Parrot und Johann Wilhelm Andreas Pfaff
1808	Trigonometrische Vermessung des Embachflusses
1810–1811	Oberlehrer für Mathematik und Naturwissenschaften am Gymnasium in Wyborg
1811–1813	Observator an der Sternwarte in Dorpat, Nachfolger von Ernst Christoph Friedrich Knorre
1813	Promotion bei Johann Sigismund Gottfried Huth und Ernennung zum Außerordentlichen Professor
1813–1846	Oberlehrer der mathematischen und physikalischen Wissenschaften am Gymnasium Illustre in Mitau
1817–1821	Beständiger Sekretär der 1815 gegründeten Kurländischen Gesellschaft für Literatur und Kunst in Mitau
1818	Ablehnung eines Rufes an die Universität Dorpat als Nachfolger von Huth
1819	Ernennung von Gauß zum Ehrenmitglied der Kurländischen Gesellschaft für Literatur und Kunst
1819	Heirat mit Anna Christina Wilhelmine von Baggehufwudt. Aus der Ehe gehen drei Söhne und zwei Töchter hervor
1820	Mitglied der Kaiserlichen Gesellschaft der Naturforscher in Moskau
9./21.1.1822	Wahl zum Korrespondierenden Mitglied der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg
1831	Ablehnung eines Rufes an die Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg als Ordentliches Akademiemitglied
1832	Verleihung des Demidov-Preises für eine Arbeit über die Metrologie Russlands und dessen deutscher Provinzen
1838	Heirat mit Theodosie Trotta von Treyden
1846	Emeritierung vom Lehramt, Geschäftsführer der Kurländischen Gesellschaft für Literatur und Kunst und Herausgeber der „Arbeiten der kurländischen Gesellschaft für Literatur und Kunst“
† 19./31.8.1855	gestorben in Mitau

## 13.2. Miscellen zu Leben und Werk

Als Sohn eines Landpredigers kam Magnus Georg Paucker 1787 in dem kleinen estnischen Dorf Simuna, deutsch Sankt Simonis, auf die Welt. Die Ostseeprovinz Estland gehörte von 1710 bis 1918 zum Russländischen Imperium. Bei Simuna befand sich einer der Messpunkte der Russisch-Skandinavischen Gradmessung,<sup>1</sup> die von 1816 bis 1852 unter der Leitung von Wilhelm Struve durchgeführt worden war.

### 13.2.1. Dorpat: 1805–1813

Magnus Georg Paucker erhielt zuerst Unterricht im elterlichen Hause, dann Privatunterricht von einem Lehrer aus Erfurt, der ihm mathematische Kenntnisse vermittelte (ADB: 25, S. 240, Recke/Napiersky 1831: 3, S. 390). Mit 18 Jahren nahm Paucker 1805 an der Universität Dorpat sein Studium auf, und zwar das der Physik und der Astronomie. Er beschäftigte sich also mit der angewandten Mathematik. Seine wichtigsten Lehrer in Dorpat waren Georg Friedrich Parrot und Johann Wilhelm Andreas Pfaff. Unter der Ägide des letzteren entstand Pauckers erste Veröffentlichung, die 1806 unter dem Titel „Einige astrognostische Notizen“ in J. W. A. Pfaffs „Astronomischen Beyträgen“ in Dorpat erschien (Paucker 1806). Diese Notizen stellten eine gekürzte Version von Pauckers Berechnungen der gewöhnlichen Planetenörter dar. Im Sommer des Jahres 1808 widmete sich Paucker der trigonometrischen Vermessung des Embaches, des Flusses, an dem Dorpat liegt und der den Wirzsee mit dem Peipussee verbindet.<sup>2</sup> Obwohl Pauckers Vermessungsinstrument nur ein Spiegelsextant war, waren die Vermessung und die aus ihr resultierende Karte so wohl gelungen, dass Pauckers Ergebnisse 1855, wenn auch reichlich verspätet, veröffentlicht wurden (Paucker 1855a).

Im Jahre 1809 arbeitete Paucker mit bei der Errichtung des ersten optischen Telegraphen in Russland in der Zarenresidenz Zarskoje Selo in der Nähe von St. Petersburg (ADB: 25, S. 241). 1810 war er am Gymnasium zu Wyborg beschäftigt. Nachdem 1809 sein Mentor in Dorpat, J. W. A. Pfaff, einen Ruf nach Nürnberg angenommen hatte, musste ein Nachfolger gesucht werden. Den Ruf nach Dorpat erhielt zunächst Gauß, der ihn aber in einem Brief vom 20. August 1809 ablehnte (siehe S. 554–556). Als Nachfolger von Pfaff wurde schließlich 1811 der Physiker, Astronom und Mathematiker Johann Sigismund Gottfried Huth berufen, der vorher in Frankfurt an der Oder und in Charkow gewirkt hatte. Huth hatte übrigens im Jahre 1805 mit Gauß Briefe gewechselt, in denen es um Kometenbeobachtungen ging.<sup>3</sup>

1 Messpunkt am Struve-Bogen (59° 3' 28" N, 26° 20' 16" O) bei Simuna.

2 Der Peipussee und der Wirzsee sind die größten Seen des Baltikums.

3 SUB Göttingen, Gauß, Briefe A: Huth.

Im Jahre 1811 übernahm Paucker an der Universität Dorpat die Aufgaben eines Observators, da der dortige Astronom Ernst Christoph Friedrich Knorre 1810 verstorben war. Schließlich reichte Paucker im Jahre 1813 bei Huth seine Dissertation „De nova explicatione phaenomeni elasticitatis corporum rigidorum“ (Paucker 1813) ein, von der sich ein Exemplar in der Gauß-Bibliothek unter der Signatur GB 1278 befindet. In demselben Jahr 1813 wurde bei Huth auch der Astronom Wilhelm Struve promoviert, der schließlich in Dorpat zum Nachfolger von E. C. F. Knorre berufen wurde.<sup>4</sup> Struve war es, der der Astronomie in Dorpat zu einem Glanz sondergleichen verhelfen sollte.

### 13.2.2. Mitau: 1813–1855

Nachdem Paucker nicht mehr auf eine Anstellung an der Universität Dorpat hoffen konnte, nahm er 1813 eine Stelle als Gymnasiallehrer der mathematischen und physikalischen Wissenschaften in Mitau an. Dort hatte im Jahre 1775 der letzte Herzog von Kurland, Peter von Biron, ein Akademisches Gymnasium gegründet, die „Academia Petrina“. 1795 wurde Mitau Hauptstadt des russischen Gouvernements Kurland. Gemäß dem Wunsch von Kaiser Pavel I., der 1796 auf den Thron gekommen war, sollte in Mitau eine Universität gegründet werden. Dazu kam es aber nicht mehr, weil Pavel I. bereits im März 1801 ermordet wurde. Sein Nachfolger Alexander I. entschied sich bei der Gründung der Universität für Dorpat und gegen Mitau. Die „Academia Petrina“ wurde 1806 in „Gymnasium Illustre“ und 1837 in „Gouvernementsgymnasium zu Mitau“ umbenannt, das bis 1918 existierte. Diese Lehranstalt besaß eine sehr gute Bibliothek, bereits im Jahre 1800 waren dort über 30.000 Bände vorhanden.

Ferner stand Paucker in Mitau auch eine kleine Sternwarte zur Verfügung, die bereits 1783 eingerichtet und mit einem wertvollen Quadranten von Sisson ausgestattet worden war. Paucker war gleichzeitig auch Observator dieser Sternwarte. Unter seiner Ägide wurde diese gut ausgebaut, sie erhielt 1826 sogar einen Vertikalkreis von Reichenbach und Ertel.

Gleich in seiner Anfangszeit in Mitau hatte Paucker einen herausragenden Schüler, nämlich Adolph Theodor Kupffer, der das „Gymnasium Illustre“ bis 1815 besuchte. Danach studierte Kupffer in Dorpat, Berlin, Göttingen und Paris und machte Karriere in Kasan und in St. Petersburg (siehe S. 344–361).

Im Jahre 1815 wurde in Mitau die Kurländische Gesellschaft für Literatur und Kunst ins Leben gerufen; sie erhielt 1816 ihre Statuten. Paucker wurde zum Beständigen Sekretär der Gesellschaft ernannt, zugleich war er das erste Ordentliche Mitglied. Die Gesellschaft blühte sehr schnell auf. Hatte sie zu Beginn acht Mitglieder gehabt, so waren es 1817 bereits 127 Mitglieder, und 1820 umfasste sie 201 Mitglieder sowie 17 Ehrenmitglieder. Zu den Ehren-

---

4 Ernst Christoph Friedrich Knorre war seit 1803 Außerordentlicher Professor der Mathematik an der Universität Dorpat und Observator an der dortigen Sternwarte.

mitgliedern zählten z.B. der Minister für Volksaufklärung Sergej Semënovič Uvarov, den man sicherlich aus politischen Gründen gewählt hatte, aber auch eine Reihe von Göttinger Professoren, so etwa Johann Friedrich Blumenbach, Arnold Hermann Ludwig Heeren und Carl Friedrich Gauß (Kurländische Gesellschaft 1997). In dem für Gauß ausgestellten Diplom (Abb. 65), das unter anderem von dem Beständigen Sekretär der Gesellschaft „Prof. Dr. Georg Paucker“ unterschrieben ist, wird festgehalten:

„DIE KURLÄNDISCHE GESELLSCHAFT FÜR LITERATUR UND KUNST hat den Herrn Dr. Karl Friedrich Gauß, Königlich-Großbritannischen Hofrath, ordentlichen Professor der Astronomie und Mathematik an der Georgia Augusta zu Göttingen, Rittern des Guelphenordens<sup>5</sup> etc., den tief sinnigen und glücklichen Bearbeiter der Mechanik des Weltgebäudes, zu ihrem EHRENMITGLIEDE ernannt, und beglaubiget solches mit der Unterschrift der Mitglieder ihres engern Ausschusses, unter dem Siegel der Gesellschaft. Mitau, den 1<sup>sten</sup> Junius 1819.“



Abb. 65. Diplom über die Ernennung von Gauß zum Ehrenmitglied der Kurländischen Gesellschaft für Literatur und Kunst zu Mitau vom 1. Juni 1819

Stadtarchiv Braunschweig, Sign. G IX 21: 44 Nr. 7.

- 5 Der Guelphenorden war eine Auszeichnung des Königreichs Hannover, die die Erhebung in den persönlichen Adelsstand und den damit verbundenen Zutritt bei Hofe bedeutete. Die erste Inauguration des Ordens fand in Hannover am 1.1.1816 statt, der Orden wurde bis 1866 verliehen. Gauß' Ritterorden trug die Nummer 41 (Gottschalck 1819, S. 242–247).

Leider führten Streitereien dazu, dass Paucker nur bis 1821 als Beständiger Sekretär fungierte. Immerhin schaffte er es in dieser Zeit, zwei Bände der „Jahresverhandlungen der kurländischen Gesellschaft für Literatur und Kunst“ auf den Weg zu bringen.<sup>6</sup> Im ersten Band beginnt das Vorwort mit dem bedeutungsvollen Satz: „So treten denn zum ersten Male an den russisch-deutschen Gestaden der Ostsee die Arbeiten eines wissenschaftlichen Vereins an's Licht“ (Bd. 1, 1819, S. 3). Die Kurländische Gesellschaft für Literatur und Kunst sollte bis 1939/40 existieren (Kurländische Gesellschaft 1997).

In Mitau setzte Paucker seine wissenschaftlichen Arbeiten fort, wie dies seine vielen Veröffentlichungen zeigen.<sup>7</sup> Er wandte sich nunmehr auch der Mathematik zu. Welch hohes Niveau er dabei erreichte, sieht man daran, dass er Gauß' „Disquisitiones arithmeticae“ (Gauß 1801) nicht nur gelesen, sondern auch tatsächlich verstanden hatte. Damit gehörte er damals zu der ganz kleinen Gruppe von Mathematikern, die dazu in der Lage waren (vgl. Reich 2009a, S. 293–294).

Auch hielt Paucker seine Kontakte zur Universität Dorpat weiterhin aufrecht und machte sich, als sein Doktorvater Huth 1818 verstorben war, Hoffnungen, dessen Nachfolger zu werden. Aber an erster Stelle der Berufungsliste stand Heinrich Wilhelm Brandes aus Breslau. Dieser lehnte den Ruf zwar ab, aber Paucker war nunmehr so enttäuscht, dass er die Stelle in Dorpat nicht mehr in Erwägung zog. So wurde dort 1820 Wilhelm Struve Ordentlicher Professor der Astronomie, und zwar nur für Astronomie. Ein Jahr später, 1821, berief man Martin Bartels auf eine Professur für Mathematik, wobei diese Professur nur noch die Reine und nicht mehr die Angewandte Mathematik, nämlich Astronomie, mitumfasste.

Im Jahre 1820 wurde Paucker Mitglied der Kaiserlichen Gesellschaft der Naturforscher in Moskau und 1822 Korrespondierendes Mitglied der Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg. 1826 veröffentlichte er in den „Mémoires“ der Akademie eine größere Arbeit über die Lösung der Gleichung dritten Grades (Paucker 1826). Schließlich erhielt Paucker 1831 sogar einen Ruf an die Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg. Inzwischen hatte er sich aber in Mitau so gut eingelebt, dass ihn dieser sehr ehrenvolle Ruf von dort nicht mehr weglocken konnte. Paucker stand aber mit der Akademie in St. Petersburg in regem Briefwechsel. Seine Briefe an den Ständigen Sekretär Nikolaus Fuß (20 Briefe von 1812 bis 1825) sowie an dessen Sohn und Nachfolger Paul Heinrich Fuß (16 Briefe von 1824 bis 1834) sind noch erhalten.<sup>8</sup>

---

6 Der erste Band erschien im Jahre 1819, der zweite im Jahre 1822.

7 Pauckers Schriftenverzeichnis siehe: Recke/Napiersky 1831: 3, S. 391–393 und Recke/Napiersky 1861, S. 109–113; ferner: <http://dSPACE.utlib.ee/dSPACE/bitstream/10062/4818/1/paucker.pdf> (Stand 1.2.2011).

8 Universitätsbibliothek Leipzig, Teilnachlass von Nikolaus Fuß. Die Autographen werden von Karin Reich ediert.

Paucker schrieb zahlreiche Lehrbücher. Seine wissenschaftlichen Beiträge veröffentlichte er in angesehenen europäischen Zeitschriften. Astronomische Beobachtungen erschienen vor allem in den Altonaer „Astronomischen Nachrichten“ und im Berliner „Astronomischen Jahrbuch“. Aber auch in speziell im Baltikum verbreiteten Blättern wie „Das Inland“, „Programm des Gymnasium Illustre“ zu Mitau sowie „Jahresverhandlungen der kurländischen Gesellschaft für Literatur und Kunst“ erschienen Aufsätze von ihm. Lediglich seine Dissertation veröffentlichte Paucker in lateinischer Sprache, seine späteren Veröffentlichungen erschienen in französischer und in deutscher Sprache, jedoch nicht auf russisch.

Seit 1823 beschäftigte sich Paucker mit dem russischen Maß- und Gewichtssystem. Er veröffentlichte mehrere Arbeiten zu diesem Thema. Schließlich schloss Paucker das Manuskript eines monumentalen Werkes zur russischen Metrologie ab, und zwar unter dem Titel „Handbuch der Metrologie Rußlands und seiner deutschen Provinzen“. Dafür wurde er 1832 von der Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg mit dem ganzen Demidov-Preis ausgezeichnet. Dies war die erste Vergabe des Demidov-Preises. Paucker musste jedoch noch die Auflage erfüllen, das Manuskript in den nächsten zwei Jahren ins Russische zu übersetzen und zu veröffentlichen. Mit dem Gebiet der Metrologie in Russland war auch Pauckers früherer Schüler Adolph Theodor Kupffer betraut, der seit dem 14./26. Oktober 1831 der Kommission zur Festlegung der Maße und Gewichte in Russland als Mitglied angehörte. Da Pauckers Werte von denjenigen abwichen, die die Kommission erzielt hatte, begnügte man sich schließlich damit, einen kurzen Auszug von Pauckers Manuskript in deutscher Sprache zu veröffentlichen (Paucker 1835). Kurze Zeit später erschien in Schumachers „Jahrbuch“ eine weitere Kurzversion (Paucker 1836).

Am 7./19. August 1839 konnte Paucker als Gast den Feierlichkeiten zur Einweihung der neuen russischen Hauptsternwarte in Pulkowo beiwohnen. Der Direktor der neuen Sternwarte war Wilhelm Struve, der gerade eben von Dorpat nach Pulkowo bei St. Petersburg gewechselt hatte.

Nachdem Paucker 1846 sein Lehramt niedergelegt hatte und in Pension gegangen war, übernahm er abermals die Pflichten eines Geschäftsführers der Kurländischen Gesellschaft für Literatur und Kunst. Gleichzeitig wurde er Herausgeber der „Arbeiten der kurländischen Gesellschaft für Literatur und Kunst“, von denen zwischen 1847 und 1851 zehn Hefte erschienen.

Paucker war Mitglied mehrerer Gesellschaften, vor allem im Baltikum. Als er im Jahre 1855 verstorben war, erschienen zwei umfangreiche Nachrufe, einer im „Inland“ (Paucker 1855b) und einer im „Archiv der Mathematik und Physik“ (Paucker 1856). Sein im Jahre 1822 in Mitau geborener Sohn, German Egorovič Paucker, wirkte in St. Petersburg als erfolgreicher Militäringenieur und stieg bis zum Amt des Ministers der Verkehrswege auf (Amburger 1966, S. 266).

### 13.3. Die Beziehungen zwischen Paucker und Gauß

#### 13.3.1. Veröffentlichungen von Paucker in der Gauß-Bibliothek

Der Name Gauß war an der Universität Dorpat mit Sicherheit bereits präsent, als Paucker dort sein Studium aufnahm. Es liegt auf der Hand, dass Paucker im Jahre 1813 oder etwas später Gauß seine in Dorpat gedruckte Dissertation „De nova explicatione phaenomeni elasticitatis corporum rigidorum“ hat zukommen lassen, denn diese ist in der Gauß-Bibliothek vorhanden (Paucker 1813; GB 1278). Vielleicht war Paucker von seinem Doktorvater Huth dazu angeregt worden, der ja bereits vor seiner Ankunft in Dorpat Kontakte zu Gauß unterhalten hatte. Dasselbe gilt für zwei weitere Schriften von Paucker, die in die Gauß-Bibliothek Eingang gefunden haben, ohne dass man Details darüber weiß, wie sie in Gauß' Hände gelangt sind. Es handelt sich um folgende Titel: „Ueber astronomisch-trigonometrische Landesvermessungen“ (Paucker 1817; GB 1410) und „Ueber die Anwendung der Methode der kleinsten Quadratsumme auf physikalische Beobachtungen“ (Paucker 1819; GB 1279).

Zu letzterem Werk lieferte Paucker in der Einleitung einen historischen Rückblick. Ausführlich beschreibt er dort die Ausgangssituation: „Man muß nämlich die beständigen Größen so wählen, daß sie für die gesammte Masse die möglichst kleinste Abweichung von der Wahrheit zulassen, oder daß die Summe der hieraus entspringenden Fehler so gering als möglich sey“ (Paucker 1819, S. 5). Im folgenden weist Paucker darauf hin, dass Legendre der erste gewesen sei, der die Methode der kleinsten Quadrate veröffentlicht, der „berühmte Gauß“ jedoch diese Methode schon vor Legendre besessen, sie aber nicht früher veröffentlicht habe. Nach der Darstellung der Methode behandelt Paucker drei Beispiele aus der Physik.

Auch Pauckers Monographie „Die ebene Geometrie der graden Linie und des Kreises, oder die Elemente“ befindet sich in der Gauß-Bibliothek (Paucker 1823; GB 19), siehe Kap. 13.3.4.

#### 13.3.2. Pauckers Beitrag zur Konstruktion des regelmäßigen 17- und des 257-Ecks

In der Gauß-Bibliothek befinden sich auch die beiden von Paucker herausgegebenen Bände der „Jahresverhandlungen der kurländischen Gesellschaft für Literatur und Kunst“ von 1819 und 1822 (GB 453). Im zweiten Band wurde Pauckers Abhandlung „Geometrische Verzeichnung des regelmäßigen Siebzehn-Ecks und Zweyhundertsiebenundfünfzig-Ecks in den Kreis“ veröffentlicht. Die Arbeit hatte er am 3./15. Dezember 1819 der Kurländischen Gesellschaft für Literatur und Kunst vorgelegt (Paucker 1822). In diesem Beitrag knüpft Paucker direkt an die von Gauß im Jahre 1801 in

den „Disquisitiones arithmeticae“ (Gauß 1801, § 354) veröffentlichten Ergebnisse über das regelmäßige Siebzehneck an. In der Einleitung lässt Paucker seine Leser wissen: „Seit *Euklid* bis *Gauß*, also in einem Zeitraum von 2000 Jahren, glaubte man, daß nur die Konstruktion des regelmäßigen Dreyecks, Vierecks, Fünfecks, Sechsecks, Zehnecks, Fünfzehnecks, und derjenigen, die aus diesen durch fortgesetzte Halbierung gefunden werden, nach den Methoden der Elementargeometrie, oder numerisch durch Quadratwurzelausziehung, möglich sey. Es ist wirklich erstaunenswert, wie in einem so langen Zeiträume und in einer scheinbar so leichten Aufgabe so viel angewandter Scharfsinn vergeblich war, ja daß man gleichsam als gewiß annahm, nicht weiter vordringen zu können. Im Jahre 1801 machte der berühmte *Gauß* sein Werk über die höhere Zahlenlehre: *Disquisitiones arithmeticae*, bekannt, welches neue Wege in diesem größtentheils noch so dunkeln und unbekanntem Felde bahnt, welches die Andeutungen des scharfsinnigen *Fermat* über die Eigenschaften der Zahlen, deren Beweise oft selbst einem *Euler* zu schwer waren, wissenschaftlich ergründet, und seinen Verfasser sogleich in die Reihe der ersten Mathematiker seiner Zeit stellte“ (Paucker 1822, S. 161).

In dem Werk wird nach einer kurzen Einführung in die Probleme des regulären Dreiecks, des regulären Fünfecks und des regulären Fünfzehnecks in aller Ausführlichkeit und mit mannigfachen Erklärungen, auf Sätzen von Gauß aufbauend, das regelmäßige Siebzehneck behandelt, und zwar sowohl dessen zahlentheoretischer Hintergrund als auch dessen geometrische Konstruktion,<sup>9</sup> auf die Gauß nicht eingegangen war (Paucker 1822, S. 163–188). Paucker erläutert seine Konstruktion mit Hilfe folgender elf Figuren:

---

9 Zur Konstruktion des regelmäßigen Siebzehnecks siehe: Reich 2000.

*Thurl. Tafelverordnungen 18. II.*

*Tafel 1*

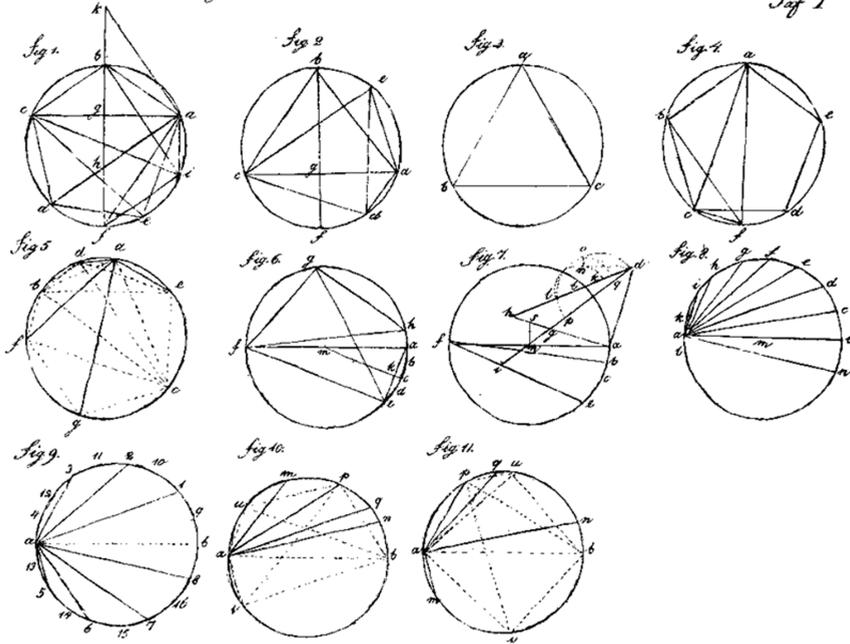


Abb. 66. Geometrische Konstruktionen von Paucker (Fig. 1 bis 11)

Aus: Paucker 1822, Tafel 1.

Exemplar der SUB Göttingen.

Schon über Gauß hinausgehend, behandelt Paucker mit derselben Ausführlichkeit auch das regelmäßige Zweihundertsiebenundfünfzigeck im Kreise (ebenda, S. 188–217). Dies wird in der Mathematikgeschichte meistens übersehen, gilt doch Friedrich Julius Richelot, der Schüler von Carl Gustav Jacob Jacobi, im allgemeinen als der erste, der sich mit dem 257-Eck beschäftigt habe (Richelot 1832/33; GB 1306). Richelot zitiert jedoch nur Gauß, offensichtlich kannte er Pauckers Beitrag nicht.

Dieser oben erwähnten Darstellung Pauckers folgt noch ein Zusatz: „Der Verfasser vorstehender Abhandlung hatte kurze Zeit nach der Vorlesung das Vergnügen, vom Herrn Professor Gauß zu Göttingen, Ehrenmitgliede der Gesellschaft, folgendes auf seine Arbeit sich beziehende Schreiben zu erhalten“ (Paucker 1822, S. 217). Was dann folgt, ist eine gekürzte Fassung des am 2. Januar 1820 von Gauß an Paucker gerichteten Briefes.

## 13.3.3. Gauß' Antwort an Paucker

Paucker muss sein Manuskript noch vor der Drucklegung bekannt gemacht haben, denn Gauß erfuhr von ihm „aus einem öffentlichen Blatte“, welches auch immer dies gewesen sein mag. Gauß' Antwort ist ein wahres Juwel. Leider hat Paucker diesen Brief nicht vollständig abgedruckt, sondern im Jahre 1822 nur eine gekürzte Version wiedergegeben. Es ist dies der einzige bekannte Brief aus einer Korrespondenz zwischen Paucker und Gauß.

Gauß bedankt sich für die Abhandlung und für das Interesse und gerät bezüglich des Themas ins Schwärmen. Er berichtet von seiner Lieblingsbeschäftigung, der Zahlentheorie. Auch spricht er davon, dass er sich bereits 1796 nicht nur mit dem Siebzehneck, sondern auch mit dem 257-Eck beschäftigt habe. Eine explizite Darstellung des 257-Ecks wird jedoch in den „Disquisitiones arithmeticae“ (Gauß 1801) nicht gegeben. Hier hat Paucker, was die Veröffentlichung anbelangt, die Pionierarbeit geleistet. Gauß erwähnt in dem Brief seine erste Tagebucheintragung, die das Datum 30. März 1796 trägt.<sup>10</sup> An diesem Tag war er früh morgens aufgewacht und hatte die Lösung gefunden. Dies war dann der letzte Anstoß dafür, dass sich Gauß für das Studium der Mathematik entschloss und für die Folgezeit ein Tagebuch anlegte. Hier sei dieser erste Eintrag aus dem „Notizenjournal“ (Abb. 67), wie Gauß sein Tagebuch nannte, in der Übersetzung aus dem Lateinischen zitiert: „1796. Grundsätze, auf die sich die Teilung des Kreises stützt, und dessen geometrische Zerlegung in siebzehn Teile usw. 30. März, Braunschweig“ (Gauß 1796–1814). Gauß betont in seinem Brief ferner, dass es in Deutschland keinen einzigen Mathematiker gebe, der die Zahlentheorie voranzubringen versuche, und er sei übergelukkig darüber, dass mit Paucker die Zahlentheorie einen neuen Freund gefunden habe.

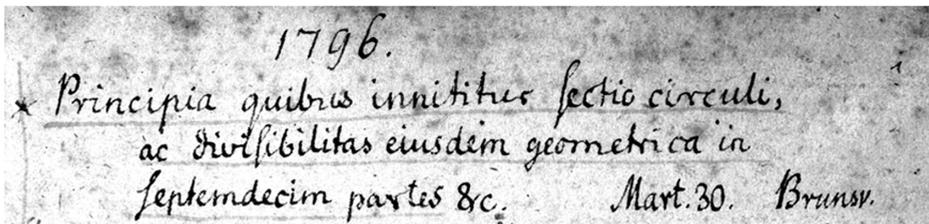


Abb. 67. Erster Eintrag von Gauß in seinem mathematischen Tagebuch vom 30. März 1796 (Gauß 1796–1814)

Der Originaltext lautet auf lateinisch: „Principia quibus innititur sectio circuli, ac divisibilitas eiusdem geometrica in septemdecim partes &c. Mart. 30. Brunsv.“

SUB Göttingen, Cod. Ms. Gauß Math. 48 Cim.

<sup>10</sup> Gauß war zu dieser Zeit Student in Göttingen und auf Semesterurlaub in seiner Heimatstadt Braunschweig.

Dem in seiner Abhandlung veröffentlichten Exzerpt aus dem Brief von Gauß fügte Paucker schließlich noch hinzu: „So weit Herr Professor Gauß. Die Leser werden bey Vergleichung bemerken, daß die Resultate dieser Abhandlung [von Paucker] ganz mit den seinigen [von Gauß] zusammenstimmen, und, mit uns, dem würdigen um die gesammte Mathematik so hoch verdienten Manne für die Mittheilung eines Datums Dank wissen, das in der Geschichte der Geometrie Epoche macht“ (Paucker 1822, S. 219).

#### 13.3.4. „Die ebene Geometrie“ und „Zwei merkwürdige Sätze *vom Raum*“ von Paucker

Im Jahre 1823 erschien in Königsberg Pauckers Monographie „Die ebene Geometrie der graden Linie und des Kreises, oder die Elemente“ (Paucker 1823). Dieses Werk widmete Paucker „Dem Archimedes der Deutschen Dr. Carl Friedrich Gauß [...] in Ehrerbietung und Hochachtung“ (Abb. 68a). Im VI. Kapitel dieses Werkes werden abermals die regelmäßigen Vielecke behandelt. Das regelmäßige Siebzehneck stellt dabei den krönenden Abschluss dar (S. 263–269). Auch dieses Buch ist in der Gauß-Bibliothek vorhanden (GB 19).

Auch in seinen späteren Werken erwähnt Paucker Ergebnisse von Gauß oder knüpft an diese an, um eigene weiterführende Untersuchungen vorzustellen. Den Ausgangspunkt für Pauckers im Jahre 1844 veröffentlichte Arbeit „Zwei merkwürdige Sätze *vom Raum*“ (Abb. 68b) hatte Gauß in seiner „Theoria motus“ (Gauß 1809a) geliefert. Dort formuliert er im § 54 die Aufgabe, aus der bekannten Lage der Bahnebene und einer anderen neuen Ebene gegen die Ekliptik die Lage der Bahnebene gegen diese neue Ebene herzuleiten: „e situ cognito plani orbitae aliusque plani novi ad eclipticam derivare situm plani orbitae ad hoc novum planum“ (Gauß-Werke: 7, S. 66). Gauß veranschaulicht das Problem mit Hilfe einer Figur und benutzt im Folgenden vier Gleichungen aus der sphärischen Trigonometrie, die auch heute noch als „Gaußsche Formeln“ bezeichnet werden. Dabei überlässt er der Kürze wegen den Beweis dieser Sätze dem Leser, da sie sich doch leicht bestätigen ließen. Paucker stellt nun erstmals einen rein geometrischen Beweis dieser von ihm so genannten „Gaußischen Gleichungen“ vor (Paucker 1844, S. 1–15). Auf der Grundlage dieser Formeln beweist er zwei spezielle Sätze aus der Raumlehre (ebenda, S. 15–38), darunter den Satz: „Der sechsfache Inhalt des Raumvierecks mit dem Halbmesser der umschriebenen Kugel verbunden, giebt eine Größe, welche auf dieselbe Art aus den drei Verbindungen der Gegenkanten zusammengesetzt ist, wie der Inhalt eines ebenen Dreiecks aus den drei Seiten“ (ebenda, S. 30–31). Diesen Satz hält Paucker für einen der schönsten in der Raumlehre und gibt an, dass er ihn bereits im Jahre 1813, also zum Antritt seines Lehramtes in Mitau, entdeckt habe.

Es wäre wohl einer speziellen Untersuchung wert, Pauckers Rezeption des Werkes von Gauß eingehender und genauer zu betrachten.

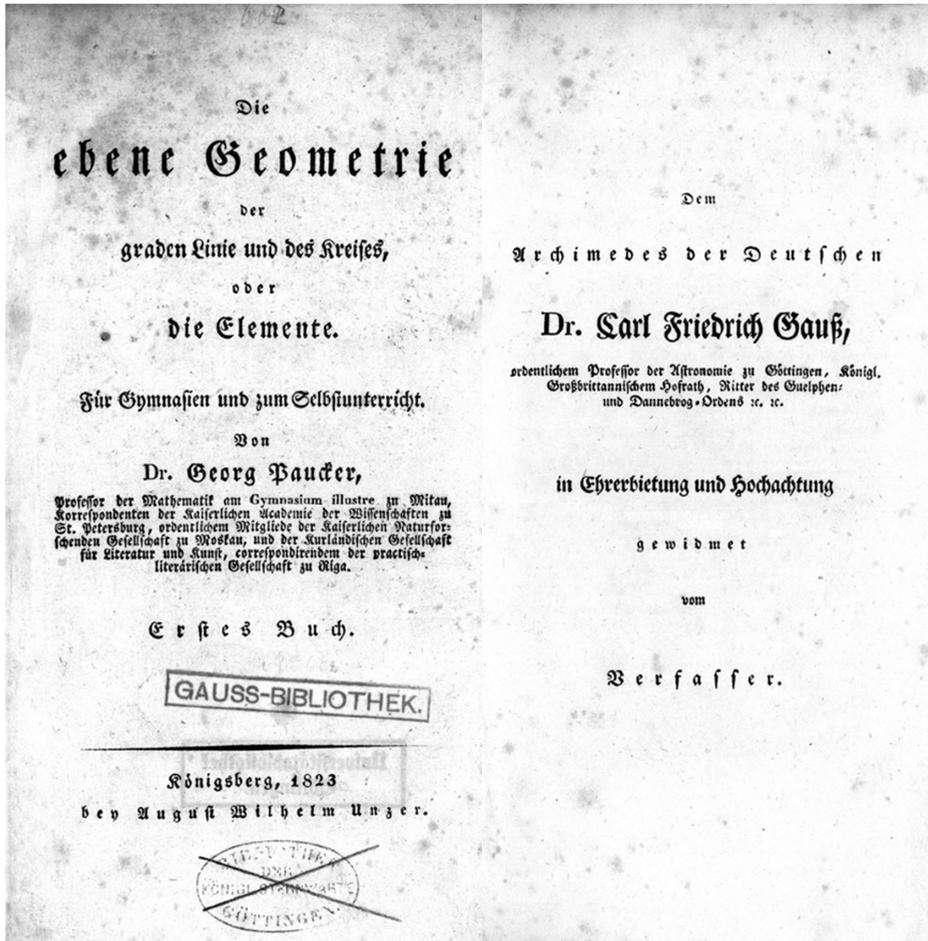


Abb. 68a. Titelseite von Pauckers Lehrbuch „Die ebene Geometrie“ (Paucker 1823) sowie das Blatt mit der Widmung an Gauß Exemplar der SUB Göttingen, Gauß-Bibliothek 19.

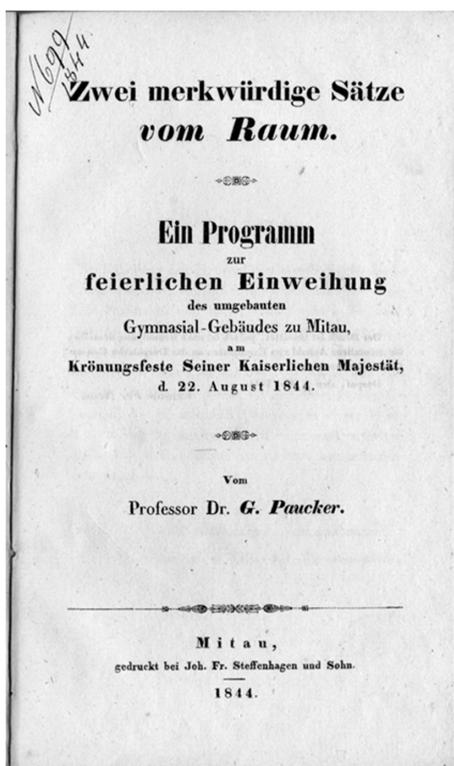


Abb. 68b. Titelseite von Pauckers Veröffentlichung „Zwei merkwürdige Sätze vom Raum.“ (Paucker 1844)  
Exemplar der Russländischen Nationalbibliothek, St. Petersburg.

### 13.4. Der Brief

Gauß an Paucker, 2. Januar 1820, o. O. [Göttingen]

Quelle unbekannt.

Teilpublikation: Paucker 1822, S. 217–219; Biermann 1990, S. 54–55 (erheblich gekürzt).

Am 2ten Januar 1820 n[eu]en] St[ils]

– Ich sehe mit Vergnügen aus einem öffentlichen Blatte, daß Sie die Entwicklungen, die Kreistheilung in 257 Theile betreffend, zum Gegenstande einer der Gesellschaft vorgelesenen Abhandlung gemacht haben. Die höhere Arithmetik ist von jeher meine ganz besondere Lieblingsbeschäftigung gewesen. In Hinsicht ihres ganz eigenthümlichen Reizes für den Verstand kommt ihr kein anderer Theil der Mathematik gleich, ja ich möchte sagen, auch nur nahe; und wenn ich in andern Theilen später Eignes gearbeitet habe, so verdanke ich dies

hauptsächlich meiner frühern Beschäftigung mit der höhern Arithmetik, unter äü-äußern Verhältnissen, die mich ganz auf meine eignen Meditationen beschränkten. Ich freue mich daher um so mehr, wenn ich sehe, daß diese herrliche Wissenschaft einen neuen Freund gewinnt, da die Anzahl solcher, die sich damit vertraut gemacht haben, äußerst klein ist. In der That kenne ich bisher in Deutschland nicht einen Einzigen.

Was übrigens das 257-Eck betrifft, so finde ich unter meinen Papieren von 1796 ein Blatt, wo ich gleichfalls die Resultate dieser Entwicklung aufgezeichnet habe, und schreibe Ihnen hier die Hauptmomente zur Vergleichung mit Ihrer Rechnung her, obwohl ich in diesem Augenblicke nicht Zeit habe, das Einzelne von Neuem zu prüfen. Damals ist übrigens die Entwicklung gewiß richtig gemacht, da ich darnach auch die vollständige Berechnung in Zahlen durchgeführt habe. Die Zahl 3 ist zur *radix primitiva* gewählt.

N a c h   G a u ß s.	Übersetzt in die Zeichen unserer Ab- handlung.
$(256,3^0) = -1$	$\frac{A}{r} = -1$
$(128,3^0) = \frac{1}{2} \cdot (256,3^0) + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(256 - [256,3^0])}$	$\frac{B_1}{r} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A}{r} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{256 - \frac{A}{r}}$
$(64,3^0) = \frac{1}{2} \cdot (128,3^0) + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{128 - (128,3^0)}$	$\frac{C_1}{r} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B_1}{r} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{128 - \frac{B_1}{r}}$
$(32,3^0) = \frac{1}{2} \cdot (64,3^0) + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{64 + 7 \cdot (64,3^0)}{-8 \cdot (64,3^0)}}$	$\frac{D_1}{r} = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_1}{r} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{64 + 7 \cdot \frac{C_1}{r} - 8 \cdot \frac{C_1}{r}}{\frac{C_1}{r}}}$
$(16,3^0) = \frac{1}{2} \cdot (32,3^0) + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\begin{matrix} 32 + (32,3^0) + 4 \cdot (32,3^1) \\ - 2 \cdot (32,3^2) - 2 \cdot (32,3^3) \\ - 2 \cdot (32,3^5) - 2 \cdot (32,3^6) \\ + 2 \cdot (32,3^7) \end{matrix}}$	$\frac{E_1}{r} = \frac{1}{2} \cdot \frac{D_1}{r} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\begin{matrix} 32 + \frac{D_1}{r} + 4 \cdot \frac{D_3}{r} \\ - 2 \cdot \frac{D_9}{r} - 2 \cdot \frac{D_{81}}{r} \\ - 2 \cdot \frac{D_{13}}{r} - 2 \cdot \frac{D_{42}}{r} \\ + 2 \cdot \frac{D_{126}}{r} \end{matrix}}$
$(8,3^0) = \frac{1}{2} \cdot (16,3^0) + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\begin{matrix} 16 - (16,3^0) - 2 \cdot (16,3^2) \\ - 2 \cdot (16,3^4) + 2 \cdot (16,3^7) \\ + 2 \cdot (16,3^8) \end{matrix}}$	$\frac{F_1}{r} = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_1}{r} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\begin{matrix} 16 - \frac{E_1}{r} - 2 \cdot \frac{E_9}{r} \\ - 2 \cdot \frac{E_{13}}{r} + 2 \cdot \frac{E_{126}}{r} \\ + 2 \cdot \frac{E_{121}}{r} \end{matrix}}$
$(4,3^0) = \frac{1}{2} \cdot (8,3^0) + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\begin{matrix} 8 - 2 \cdot (8,3^1) + (8,3^{10}) \\ - 2 \cdot (8,3^{23}) + 2 \cdot (8,3^{29}) \end{matrix}}$	$\frac{G_1}{r} = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_1}{r} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\begin{matrix} 8 - 2 \cdot \frac{F_3}{r} + \frac{F_8}{r} \\ - 2 \cdot \frac{F_{20}}{r} + 2 \cdot \frac{F_{60}}{r} \end{matrix}}$
$(2,3^0) = \frac{1}{2} \cdot (4,3^0) + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4 + (4,3^{49}) - 2 \cdot (4,3^{56})}$	$\frac{h_1}{r} = \frac{1}{2} \cdot \frac{G_1}{r} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4 + \frac{G_2}{r} - 2 \cdot \frac{G_{15}}{r}}$
$(1,3^0) = r = \frac{1}{2} \cdot (2,3^0) + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(2,3^{48}) - 2}$	$1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{h_1}{r} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{h_2}{r} - 2}$

Die übrigen Zwischenformeln lassen sich nach den Principien meiner *Disquisitiones arithmeticae* leicht aus diesen ableiten. Ich bemerke bey dieser Gelegenheit noch, daß in diesem Werk S. 662 ein nicht angezeigter Druckfehler

sich befindet, indem der letzte Irrationaltheil von  $\cos. \frac{1}{17} P$  das Zeichen + haben muß. Das – Zeichen würde zu  $\cos. \frac{4}{17} P$  oder  $\sin. \frac{1}{34} P$  gehören.

Vielleicht ist es Ihnen nicht uninteressant, wenn ich Ihnen das Datum, wo ich mit dem Wesentlichen der Theorie der Kreistheilung ins Klare kam, anzeige; es war der 30ste März 1796; so wie ich wenige Tage nachher den ersten Beweis des Fundamentaltheorems, die quadratischen Reste betreffend, zur Vollständigkeit brachte, welches Theorem selbst ich im Anfänge des Jahres 1795 durch Induktion fand, ohne zu wissen, daß dasselbe in einer andern Form schon von *Legendre* durch Induktion gefunden war. Dieser Fund war es hauptsächlich, was mich an die höhere Arithmetik zuerst fesselte. Leider lassen mir nur meine Verhältnisse jetzt zur Beschäftigung mit derselben wenig Zeit übrig, und ich muß mich schon glücklich schätzen, wenn ich Muße gewinne, alles das, was ich aus frühern Zeiten noch vorrätzig habe, nach und nach auszuarbeiten.



Abb. 69. Paul Schilling von Canstadt  
Gemälde von E. D. Tjurin.  
Aus: Jarockij 1963, Frontispiz.