

Göttingen und die Quantenmechanik: Born, Heisenberg, Hund

KURT SCHÖNHAMMER

1 Einleitung

In diesem Vortrag soll versucht werden, die Entstehungsgeschichte der Quantenmechanik und die wichtige Rolle, die Göttingen dabei gespielt hat, so darzulegen, dass auch Nichtphysiker einen Eindruck von dieser so wichtigen Umwälzung in der theoretischen Physik des zwanzigsten Jahrhunderts erhalten können. Im Vortragstitel sind drei ehemalige Mitglieder der Akademie der Wissenschaften zu Göttingen in alphabetischer Reihenfolge genannt, die an dieser Entwicklung beteiligt waren, Max Born und Werner Heisenberg in ganz fundamentaler Weise sowie Friedrich Hund durch seine wichtigen frühen Anwendungen der Theorie. In Göttingen war nach Heisenbergs erster Arbeit auch Pascual Jordan wesentlich am tieferen Verständnis von Heisenbergs Ansatz beteiligt. Auf die beiden wichtigsten Physiker außerhalb Göttingens bei der Entstehung der Quantenmechanik, Paul A.M. Dirac und Erwin Schrödinger wird im Vortrag selbstverständlich auch eingegangen.

Die Geburt der Quantenmechanik ist in vielerlei Hinsicht interessant:

- 1) Zuerst ist da natürlich die Tatsache, dass sie ein theoretisches Verständnis des Aufbaus der Materie ermöglicht hat und eine der erfolgreichsten physikalischen Theorien überhaupt ist.
- 2) Ihre Entstehungsgeschichte war eines der Beispiele, die Thomas Kuhn im Auge hatte, als er 1962 sein Buch „The structure of scientific revolutions“ [1] schrieb. In diesem wichtigen Beitrag zur Wissenschaftsgeschichte des zwanzigsten Jahrhunderts unterscheidet er „normale Wissenschaft“, in der die akzeptierten Modelle und Theorien der jeweiligen Wissenschaften erfolgreich angewendet werden, mit Phasen größer werdender *Krisen*, in denen klar wird, dass nur ein fundamentaler Umbruch den Weg aus der Krise liefern kann. Kuhn nannte das einen *Paradigmenwechsel*.
- 3) Wissenschaftler sind natürlich auch Menschen und daher spielen auch bei der Entstehungsgeschichte Ereignisse und Wendungen eine Rolle, die für sich erzählenswert sind.

Falls Sie Zweifel haben, ob Sie den physikalischen Gehalt der Geschichte nachvollziehen können, sollte sich noch genug Interessantes aus den Aspekten

2) und 3) ergeben. Mit der Physik Vertraute könnten dagegen bemängeln, dass ich den physikalischen Details zu wenig Raum gebe.

2 Zur Vorgeschichte

In der zweiten Hälfte des neunzehnten Jahrhunderts hielten manche Wissenschaftler die Physik für eigentlich abgeschlossen, nachdem Maxwell seine erfolgreiche Theorie elektrischer und magnetischer Phänomene vorgelegt hatte, und die Mechanik und Thermodynamik für schon länger verstanden galt.

Dieser Optimismus erhielt aber bald einen Dämpfer. Die Vorstellung des Aufbaus der Materie durch *Atome* setzte sich gegen Ende des neunzehnten Jahrhunderts zunehmend durch. Zu deren innerer Struktur gab es aber unterschiedliche Vorstellungen. Experimentell war bekannt, dass sich die Atome verschiedener Elemente des Periodensystems durch diskrete *Spektrallinien* fester Frequenz bzw. Wellenlänge auszeichnen. Erhitzt man z.B. Gase wie Wasserstoff oder Helium stark und spaltet das ausgestrahlte Licht durch ein Prisma auf, so ergeben sich die in Abb. 1 gezeigten diskreten Emissionslinien verschiedener Farbe, d.h. Wellenlänge. Diese Spektrallinien sind wie Fingerabdrücke der verschiedenen Elemente.

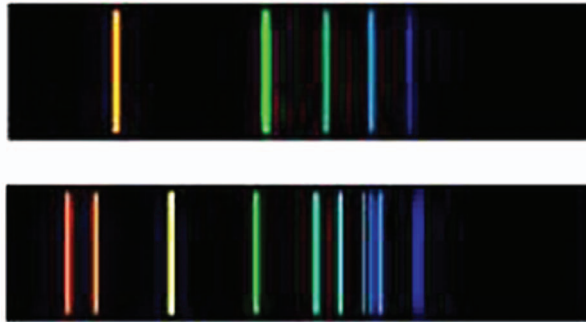


Abb. 1: Emissionslinien von Wasserstoff (oben) und Helium (unten).

Der erste experimentelle Nachweis für ein subatomares Teilchen - das negativ geladene *Elektron* - gelang J.J. Thomson 1897 bei seinen Versuchen mit Kathodenstrahlen.

Rutherford zeigte 1911 durch Streuexperimente von Alphateilchen an Goldfolien, dass die positive Ladung im Atom in einem schweren *Atomkern* lokalisiert ist, ganz im Gegensatz zum Modell von Thomson, der eine kontinuierlich verteilte positive Ladung postuliert hatte. Auf Grund seiner experi-

mentellen Resultate schlug Rutherford ein Planetenmodell des Atoms vor, in dem die Elektronen um den Kern kreisen, ähnlich wie die Planeten um die Sonne. Das einfachste Atom ist das *Wasserstoffatom*, in dem der Kern von nur *einem* Elektron umlaufen wird. Dessen Energie kann nach klassischer Vorstellung kontinuierliche Werte annehmen.

Dabei ergab sich das Problem, dass solch ein Atom nach der Maxwell'schen Theorie gar nicht stabil sein kann, da die umlaufenden Elektronen durch Abstrahlung elektromagnetischer Wellen Energie verlieren und in den Kern stürzen müssen.

Den ersten erfolgreichen Versuch, die Grenzen der klassischen Physik zu überschreiten, hatte Max Planck im Jahr 1900 unternommen. Bei fester Temperatur sendet ein Hohlraum Strahlung mit einer charakteristischen Frequenzverteilung aus, die unabhängig vom Material der Wände des Hohlraums ist. Nachdem es nicht möglich war, diese Verteilung mit Ansätzen der klassischen Physik korrekt zu beschreiben, gelang dies Planck mit der kühnen Annahme, dass die Hohlraumstrahlung der Strahlung von Oszillatoren gleichwertig ist und die Wandatome des Hohlraums *Energiequanten* emittieren und absorbieren, die *ganzzahlige Vielfache* von h annehmen. Dabei ist ν die Frequenz der Oszillatoren, und h das *Wirkungsquantum*, eine von Planck ein Jahr früher im selben Umfeld aus thermodynamischen Überlegungen eingeführte neue Naturkonstante. Im Jahr 1905 griff Einstein die Plancksche Quantisierungsidee erfolgreich zur Erklärung des photoelektrischen Effekts auf.

Um das Problem mit der Stabilität der Atome zu „lösen“ und gleichzeitig die Frequenzen der Spektrallinien des Wasserstoffatoms zu erklären, *postulierte* Niels Bohr 1913, dass das „Wirkungsintegral“, das bei Kreisbahnen gleich dem Produkt aus dem Impuls $p=m\nu$ (Masse · Geschwindigkeit) und der Bahnlänge $2\pi r$ des Elektrons ist, nur *ganzzahlige Vielfache des Planckschen Wirkungsquantums* h annehmen kann. Dies führt zur *Quantisierung* der zulässigen Energien des gebundenen Wasserstoffatoms ($E_n = -E_{\text{Rydberg}}/n^2$, wobei die *Quantenzahl* n eine positive ganze Zahl und $E_{\text{Rydberg}} \approx 13,6$ eV ist). Als weiteres Postulat soll das Elektron auf den so quantisierten Bahnen mit festem Wert von n *nicht abstrahlen*. Neben diesen ad-hoc Annahmen griff Bohr das Konzept der *Quanten* von Planck und Einstein auf und postulierte, dass nur beim Übergang zwischen den stationären Energiezuständen Strahlung emittiert wird. Die Frequenz ν der Strahlung ist durch $h\nu = \Delta E$ gegeben, wobei ΔE die Energiedifferenz der Bahnen ist.

Bohrs „Theorie“ war in der Lage, die experimentellen Spektren des Wasserstoffatoms, wie z.B. die historisch wichtige *Balmerserie* zu erklären, was zur weiten Akzeptanz führte, trotz der vielen unbegründeten Annahmen.

Das Modell wurde insbesondere durch Arnold Sommerfeld und seine Arbeitsgruppe in München weiterentwickelt und in seinem, in vielen Auflagen erschienen, Werk „Atombau und Spektrallinien“ [2] dargestellt.

Neben der Frage nach einer Begründung der Bohrschen Postulate hatte man bemerkt, dass man die Theorie nicht einmal erfolgreich auf das Heliumatom mit seinen *zwei* Elektronen erweitern konnte. Diese Probleme wurden zu Beginn der zwanziger Jahre den theoretischen Physikern immer bewusster. Ein Anhaltspunkt für die Weiterentwicklung war das *Bohrsche Korrespondenzprinzip*, d.h. die Annahme, dass die neue Quantentheorie bei Übergängen zwischen zwei stationären Energiezuständen mit *großen* Quantenzahlen in guter Näherung durch die klassische Mechanik ersetzbar sein sollte.

3 Göttingen vor dem Durchbruch

Im Jahr 1921 hatte Max Born nach dem Weggang Peter Debyes aus Göttingen den Ruf auf den neu geschaffenen Lehrstuhl für Theoretische Physik angenommen. Born hatte von 1915 bis 1919 in Berlin ein Extraordinariat inne gehabt. Dort war er in Kontakt mit Max Planck und Albert Einstein gekommen, mit letzterem hatte er bis zu dessen Tod im Jahr 1955 ein enges freundschaftliches Verhältnis. Von 1919–21 war Born Ordinarius in Frankfurt (Main).



Abb. 2: Max Born
in den 1920er Jahren.

Born kannte Göttingen bereits gut. Als junger Mann kam der 1882 in Breslau geborene Born über Heidelberg und Zürich nach Göttingen, um im „Mekka der Mathematik“ sein Studium fortzusetzen. Als „Privatassistent“ von David Hilbert kam er schnell in engeren Kontakt zu den Göttinger Professoren. Er promovierte 1905 mit einer von Felix Klein gestellten Preisaufgabe. Als Hilbert ihm ein Problem gegeben hatte, das er nicht lösen konnte, wandte er

sich aus Zweifel an seinen mathematischen Fähigkeiten der Physik zu und machte sich z.B. mit seinen theoretischen Arbeiten zur Dynamik von Kristallgittern schnell einen Namen. Auf die weitere Biographie Borns wird im folgenden noch eingegangen [3].

Im Jahr 1921, in dem Born nach Göttingen kam, legte der 1896 geborene Friedrich Hund in Göttingen sein Staatsexamen in Mathematik, Physik und Geographie ab, um Gymnasiallehrer zu werden. Er zog es aber dann doch vor, in der Wissenschaft bleiben. Nach der Promotion im Jahr 1922 wurde er Assistent bei Max Born. In dieser Zeit war er zum Einen am Versuch der Erweiterung der Hamiltonschen Mechanik zu einer „Atommechanik“ beteiligt, zum Anderen beschäftigte er sich intensiv mit den experimentellen Spektren von Mehrelektron-Atomen und fand 1925 dabei empirisch seine berühmt gewordene *Hundsche-Regel* [4].



Abb. 3: Friedrich Hund
in den 1920er Jahren.

Der jüngste im Titel genannte Wissenschaftler war der 1901 in Würzburg geborene Werner Heisenberg. Schon während seiner Doktorarbeit bei Arnold Sommerfeld in München über ein Thema aus der Hydrodynamik beschäftigte er sich auch mit den Problemen, die beim Versuch der theoretischen Beschreibung von Atomen aufgetreten waren.



Abb. 4: Werner Heisenberg
in den 1920er Jahren.

Als Bohr im Sommer 1922 in Göttingen seine als „Bohrfestspiele“ bekannt gewordenen Vorträge zu diesem Problemkreis hielt, war Heisenberg aus München angereist und stellte als sehr junger Mann Bohr kritische Fragen. Nach seiner Promotion in München kam Heisenberg 1924 als weiterer Assistent von Born nach Göttingen.

Eine Randbemerkung: Borns erster Assistent in Göttingen war der ebenfalls sehr junge spätere Nobelpreisträger Wolfgang Pauli (1900-1958), der seit der gemeinsamen Münchner Zeit mit Werner Heisenberg befreundet war. Er hat Göttingen aber schnell wieder verlassen. Die Stadt war ihm offensichtlich zu provinziell und er ging nach Hamburg.

Die 1924 noch unbefriedigenden Versuche zum theoretischen Verständnis der Atome sind in Max Borns „Vorlesungen über Atommechanik“ [5] dargestellt. Im Vorwort beschreibt er die „Krise“ (im Kuhnschen Sinn):

„Das Bedenken, diese Theorie sei hierfür noch nicht reif, möchte ich mit dem Hinweis zerstreuen, daß es sich eben um einen Versuch, ein logisches Experiment handelt, dessen Sinn gerade der ist, die Grenzen abzustecken, bis zu denen die heute geltenden Prinzipien der Atom- und Quantentheorie sich bewähren, und die Wege bahnen, die über diese Grenzen hinaus führen sollen. Um dieses Programm schon im Titel deutlich zu machen, habe ich das vorliegende Buch als „1. Band“ bezeichnet; der 2. Band soll dann eine „höhere Annäherung“ an die „endgültige“ Atommechanik enthalten. Ich weiß, daß das Versprechen eines solchen zweiten Bandes kühn ist; denn vorläufig hat man nur wenige und undeutliche Hinweise über die Art der Abweichungen,

die zur Erklärung der Atomeigenschaften an den klassischen Gesetzen angebracht werden müssen...Darum wird der geplante „2. Band“ vielleicht noch einige Jahre ungeschrieben bleiben.“

Der letzte Satz wird noch durch einen Bezug zu Bohr ergänzt:

„Was das Verhältnis meiner Auffassungen zu denen Bohrs und seiner Schule angeht, so ist mir kein wesentlicher Gegensatz bewußt. Besonders einig fühle ich mich mit den Kopenhagener Forschern in der Überzeugung, daß es bis zu einer „endgültigen“ Quantentheorie noch recht weit ist.“

Wie werden gleich sehen, dass diese im November 1924 geschriebene Einschätzung falsch war.

Born bedankt sich ausführlich bei seinen Assistenten Hund und Heisenberg:

„Von ihm (*Hund*) stammen große Teile des Textes, den ich nur wenig überarbeitet habe... Herr Dr. W. Heisenberg hat uns stets mit seinem Rat unterstützt und einzelne Paragraphen (so die letzten zum Heliumatom) entworfen“. Nicht auf dem Buchdeckel, aber auf der Titelseite im Buch findet man unter dem Autor Max Born „Herausgegeben unter Mitwirkung von Dr. Friedrich Hund“.

Schon im folgenden Jahr 1925 gelang der große Wurf.

4 Die Geburt der Quantenmechanik

Über dieses Thema ist sehr viel geschrieben worden. Hier wird der Schwerpunkt auf den Beitrag der Göttinger gelegt.

In der Einleitung zur erwähnten „Atommechanik“[5] nimmt Born den nur statistischen Gesetzen gehorchenden *radioaktiven Zerfall* als wichtigen Ausgangspunkt und legt dar, dass man für jeden radioaktiven Übergang nur eine *Wahrscheinlichkeit* angeben kann. Dieser Begriff soll auf die Zustände eines atomaren Systems übertragen werden.

„Wir schreiben jedem Übergang zwischen zwei stationären Zuständen eine Apriori-Wahrscheinlichkeit zu.“

Um diese Aufgabe anzugehen, hebt Born die Bedeutung des Bohrschen Korrespondenzprinzips hervor.

4.1 Das Jahr 1925

Ob Heisenberg diese Einleitung kannte, ist nicht klar, da er den Winter 1924-1925 in Kopenhagen verbrachte, wo er mit Niels Bohr und Hendrik Kramers zusammen arbeitete. Im Frühjahr und Frühsommer 1925 begann er mit seinem bahnbrechenden Versuch, eine ganz neue Quantenmechanik zu schaffen. Im Juni, als er wegen seines starken Heuschnupfens aus Göttingen nach Helgoland

gefahren war, gelang ihm der Durchbruch. „Da bin ich auf einen Felsen gestiegen und habe den Sonnenaufgang gesehen und war glücklich“ [6].

Zurück in Göttingen schrieb er seine Arbeit „Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen“ und schickte sie an Pauli um eine erste Reaktion zu erhalten. Nachdem Pauli mit dem Inhalt einverstanden war, übergab Heisenberg die Arbeit an Born mit der Bitte sie an die *Zeitschrift für Physik* zu schicken, falls auch er mit der Sache etwas anzufangen wüsste und fuhr wieder nach Helgoland.

Born erkannte die Bedeutung von Heisenbergs Arbeit (s.u.) und sie ging am 29. Juli bei der *Zeitschrift für Physik* ein [7]. Heisenbergs Kurzdarstellung seiner Arbeit beginnt folgendermaßen:

„In dieser Arbeit soll versucht werden, Grundlagen zu gewinnen für eine quantentheoretische Mechanik, die ausschließlich auf Beziehungen zwischen prinzipiell beobachtbaren Größen basiert ist“.

Zu *unbeobachtbaren* Größen zählt Heisenberg die Lage und Umlaufzeit des Elektrons. Dagegen geht er davon aus, dass dem Elektron auch in der Quantentheorie eine Ausstrahlung zugeordnet werden kann:

„diese Strahlung wird beschrieben erstens durch die Frequenzen, die als Funktion zweier Variablen auftreten, quantentheoretisch in der Gestalt:

$$v(n, n - \alpha) = \frac{1}{h} \{W(n) - W(n - \alpha)\}."$$

(Mit W statt E ist das wie bei Bohr.) Und nach einigen Zusatzerläuterungen:

„Neben den Frequenzen sind zweitens zur Beschreibung der Strahlung notwendig die Amplituden;“

Heisenberg überlegt dann welche Größen die Fourierkoeffizienten einer klassischen Größe $x(t)$ in der Quantentheorie ersetzen könnten. Und insbesondere

„Welche quantentheoretische Größe tritt dann an die Stelle von $x(t)^2$?“

Zum wesentlichen Schritt zur neuen Theorie schreibt Heisenberg:

„Quantentheoretisch scheint es die einfachste und natürlichste Annahme die (*klassischen*) Beziehungen (3,4) durch die folgenden zu ersetzen:“

Die dann folgende „Multiplikationsregel“ ist als Beginn der Quantenmechanik anzusehen. Nach einigen Zwischenschritten bemerkt Heisenberg einen ganz wesentlichen Zug der neuen Theorie:

„Während klassisch $x(t)\gamma(t)$ stets gleich $\gamma(t)x(t)$ ist, braucht dies in der Quantentheorie im allgemeinen nicht der Fall zu sein.“

Eine ausführlichere Diskussion des Inhalts der Arbeit ist hier nicht möglich. Daher zur Frage, was mit Heisenbergs sehr schwer lesbaren Manuskript (s.u.) geschah, nachdem er es Born gegeben hatte? Dazu schreibt Born in seinem Nobelvortrag von 1954 [8]:

„Heisenbergs Multiplikationsregel liess mir keine Ruhe, und nach 8 Tagen intensiven Denkens und Probierens erinnerte ich mich plötzlich an eine alge-

braische Theorie, die ich bei meinem Lehrer *Rosanes* in Breslau gelernt hatte. Den Mathematikern sind solche Schemata wohl bekannt und werden in Verbindung mit einer bestimmten Multiplikationsregel Matrizen genannt. Ich wandte diese Regel auf Heisenbergs Quantenbedingung an und fand, daß diese mit den in der Diagonalen stehenden Größen übereinstimmt. Es war leicht zu erraten, was die übrigen Größen sein müssten, nämlich Null, und sogleich stand vor mir die sonderbare Formel

$$pq - qp = \frac{h}{2\pi i}.$$

Das bedeutete: Koordinaten q und Impulse p sind nicht durch Zahlenwerte darzustellen, sondern durch Symbole, deren Produkt von der Reihenfolge abhängen – die nicht kommutieren, wie man sagt.

Dieses Resultat bewegte mich wie einen Seefahrer, der nach langer Irrfahrt von fern das ersehnte Land sieht, und ich bedauerte nur, daß Heisenberg nicht da war...“

Heisenbergs Zugang wurde daher *Matrizenmechanik* genannt. Ihm selbst war diese mathematische Konzept bei der Abfassung seiner Arbeit nicht bekannt.

Bevor ich auf die Rezeption von Heisenbergs Arbeit außerhalb Göttingens eingehe, zunächst kurz die weitere Entwicklung in Göttingen. Mit Hilfe des jungen Pascual Jordan (1902–1980) gelang es, die von Born „leicht erratene“ „Vertauschungsregel“ zwischen Ort und Impuls klarer zu begründen. Born und Jordan veröffentlichten dies gemeinsam – ohne Heisenberg – der zu diesem Zeitpunkt wieder in Kopenhagen war [9]. Im November legten alle drei gemeinsam, in der sog. „Dreimännerarbeit“, eine konsistente, vollständige Darlegung der Matrizenmechanik vor [10].

Ausserhalb Göttingens war Wolfgang Pauli von Beginn an mit der Entwicklung der Matrizenmechanik vertraut. In seiner scharfzüngigen Art hatte er in einem Brief an Ralph Kronig am 9. Oktober dazu geschrieben [11]: „Die Heisenbergsche Mechanik hat mir wieder Lebensfreude und Hoffnung gegeben. Die Lösung des Rätsels bringt sie zwar nicht, aber ich glaube, daß es jetzt wieder möglich ist, vorwärts zu kommen. Man muß zunächst versuchen, die Heisenbergsche Mechanik noch etwas mehr vom Göttinger formalen Gelehrsamkeitsschwall zu befreien und ihren physikalischen Kern noch besser bloßzulegen.“ Pauli gelang kurz danach die in diesem Formalismus recht komplizierte Berechnung des Spektrums des Wasserstoffatoms [6,12].

Der wichtigste Theoretiker, der Heisenbergs Arbeit aufgriff und keinen Kontakt zu den Göttingern hatte, war der junge Paul A.M. Dirac (1902–1984) in Cambridge. Ein wichtiger Schritt in seiner Umformulierung der Matrizenmechanik bestand darin, die sog. Poisson-Klammer der klassischen Hamiltonmechanik mit den „Kommutatoren“ $AB - BA$ der Quantentheorie in Beziehung zu setzen. Im November schickte er seine erste Arbeit dazu an

die Royal Society [13]. Er wusste offensichtlich nicht, dass Born und Jordan einige Wochen früher ihre Arbeit eingereicht hatten, und wie Dirac einen konsistenten Weg zur „kanonischen Quantisierung“ gefunden hatten. In Diracs Arbeit findet man auch das, was heute meist *Heisenbergsche Bewegungsgleichung* genannt wird.

Damit war zum Jahresende 1925 der Formalismus der Matrizenmechanik verstanden, dessen physikalische Interpretation aber noch nicht wirklich klar .

Bevor wir ins Jahr 1926 wechseln, möchte ich kurz auf die spätere Rezeption von Heisenbergs Juli-Arbeit eingehen. Vor einigen Jahren sind dazu in *American Journal of Physics* mehrere Arbeiten erschienen [3,14,15], die alle übereinstimmen, dass Heisenbergs Arbeit „notoriously difficult to read“ ist. Zitiert wird z.B. der Nobelpreisträger Steven Weinberg, der in seinem Buch *Dreams of a Final Theory* schreibt [16]:

„I have tried several times to read the paper that Heisenberg wrote on returning from Helgoland, and, although I think I understand quantum mechanics, I have never understood Heisenberg’s motivation for the mathematical steps in his paper ... Heisenberg’s paper was pure magic“.

Diese Einschätzung erleichtert das Verständnis dessen, was sich im folgenden Jahr abspielte.

4.2 Das Jahr 1926

In Zürich hatte der in Wien geborene Erwin Schrödinger (1887-1964) einen ganz anderen Weg eingeschlagen, um zu einer Quantentheorie zu gelangen. Im Jahr 1924 hatte Louis de Broglie (1892-1987) in seiner Doktorarbeit den Welle-Teilchen-Dualismus des Lichts umgekehrt und postuliert, dass Teilchen mit endlicher Masse m , wie dem Elektron, auch Wellencharakter zugesprochen werden kann. Hat das Teilchen den Impuls $p=m\nu$, so ist die zugehörige *de Broglie-Wellenlänge* durch $\lambda = h/p$ gegeben.

Schrödinger versuchte eine *Wellengleichung* für diese *Materiewellen* zu finden und untersuchte dazu die Bewegung eines Teilchens in einem äußeren Potential. Nach einigen vergeblichen Versuchen fand er schließlich die „richtige“ Gleichung für den nichtrelativistischen Grenzfall. Die komplexe *Wellenfunktion* ψ gehorcht einer partiellen Differentialgleichung. Diese *Schrödingergleichung* der „Wellenmechanik“ lieferte für das Wasserstoffatom dasselbe Resultat, das Pauli mit der Matrizenmechanik erhalten hatte, das wiederum mit dem Bohrschen Ausdruck übereinstimmt. Schrödingers erste Arbeit „Quantisierung als Eigenwertproblem“ ist am 27. Januar 1926 bei den *Annalen der Physik* eingegangen [17]. Im Lauf des Jahres folgten drei weitere Mitteilungen zu diesem Thema.

Anfang 1926 sah es für eine kurze Zeit so aus, als ob es zwei ganz verschiedene Erklärungssysteme für die Welt der Atome gäbe, die Matrizenmechanik und die Wellenmechanik. Kurze Zeit später zeigte aber Schrödinger selbst ihre völlige Äquivalenz [18]. Obwohl in beiden Zugängen der anschauliche

Bahnbegriff verloren gegangen ist, fand Schrödingers Wellenmechanik schnell breiten Zuspruch. Zumindest für ein Teilchen ist es einfacher durch sie eine neue Art von Anschaulichkeit zu erhalten. Schon früher waren in verschiedenen Gebieten der klassischen Physik ähnliche mathematische Probleme aufgetreten, wie bei der Lösung der (zeitunabhängigen) Schrödingergleichung. Dagegen galt die Matrizenmechanik als schwierig.

Diese Wendung gefiel den Göttingern, insbesondere Heisenberg, gar nicht. Die physikalische Bedeutung der Wellenfunktion war aber nicht wirklich klar. Nach Schrödinger beschreibt die Wellenfunktion die räumliche „Ausschmierung“ des Elektrons. Hier kam nun Max Born wieder wesentlich ins Spiel, als er versuchte atomare *Streuprozesse* quantentheoretisch zu beschreiben. Mit der Matrizenmechanik gelang ihm dies nicht und er wechselte wohl oder übel zu Schrödingers Wellenmechanik. Bei seinen Untersuchungen stellte er fest [19]:

Die *Schrödingersche* Quantenmechanik gibt also auf die Frage nach dem Effekt eines Zusammenstoßes eine ganz bestimmte Antwort; aber es handelt sich um keine Kausalbeziehung. Man bekommt *keine* Antwort auf die Frage, „wie ist der Zustand nach dem Zusammenstoß“, sondern nur auf die Frage „wie wahrscheinlich ist ein vorgegebener Effekt des Zusammenstoßes...“

Damit war Born zu den Ideen in seiner Einleitung zur Atommechanik [5] zurückgekehrt. Er lieferte dann *seine* Interpretation der Wellenfunktion eines Teilchens:

$|\psi(\vec{x})|^2 \Delta V$ ist als *Wahrscheinlichkeit* zu interpretieren, das Teilchen in einem kleinen Raumbereich ΔV um den Ort \vec{x} anzutreffen.

Über seinen Schwenk zur Wellenmechanik berichtete Born in der Sitzung der Göttinger Akademie am 14. Januar 1927, nicht ohne Kritik an Schrödinger und der Klarstellung der Bedeutung der Matrizenmechanik. Seine Vorlage „Zur Wellenmechanik der Stossvorgänge“ [20] beginnt, wie folgt:

„Während die wellenmechanische Formulierung der Quantengesetze nach *Schrödinger* für *periodische* Systeme nicht mehr und nicht weniger liefert als die Matrizendarstellung von *Heisenberg*, *Jordan* und dem Verfasser, scheint sie besonders geeignet zur Beschreibung aperiodischer Prozesse. Allerdings ist es *notwendig*, die physikalischen Vorstellungen *Schrödingers* die auf eine Wiederbelebung der klassischen Kontinuumstheorie abzielen, völlig fallen zu lassen, nur den Formalismus zu übernehmen und diesen mit neuem physikalischen Inhalt zu füllen. Man muß annehmen, daß es ein *Führungsfeld* gibt, das die Wahrscheinlichkeit von diskreten Elementarakten bestimmt. Wie kürzlich gezeigt werden konnte, lassen sich auf diese Weise die Gesetze des Stoßes punktförmiger Partikel (Elektronen, α -Teilchen) gegen Atome gewinnen...“

Im letzten Satz nimmt Born Bezug auf seine eigene Arbeit [19].

Zum Jahresende legten dann Dirac und Jordan unabhängig voneinander die „Transformationstheorie“ vor, in der die Beschreibung quantenmechanischer Systeme in einen allgemeineren formalen Rahmen gestellt wird [21,22]. So sieht man z. B., wie man aus der Kenntnis der Wellenfunktion im

gesamten Raumbereich auch Wahrscheinlichkeitsaussagen über den *Impuls* des Elektrons erhalten kann.

4.3 Interpretation und Anwendungen

Während mit Jahresende 1926 der Formalismus der (nichtrelativistischen) Quantenmechanik seinen Abschluss gefunden hatte, steckte die *Interpretation* der neuen Theorie noch in den Kinderschuhen. Heisenbergs wichtiger Beitrag dazu erfolgte durch seine *Unschärferelation* [23], die mathematisch aus der Vertauschungsregel für Ort und Impuls folgt ($\hbar \equiv h/(2\pi)$)

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar/2.$$

Ein Elektron hat im Gegensatz zu klassischen Teilchen zu keinem Zeitpunkt eine genaue Lage *und* Geschwindigkeit. Je genauer man die Bestimmung der Lage durchführt, d.h. Δx kleiner macht, umso größer wird die Unschärfe der Geschwindigkeit $\Delta p/m$ und umgekehrt.

Aufbauend auf Borns Wahrscheinlichkeitsinterpretation der Wellenfunktion und der Heisenbergschen Unschärferelation entstand insbesondere in Gesprächen Heisenbergs mit Bohr in Kopenhagen 1927 was heutzutage als *Kopenhagener Deutung* der Quantenmechanik bezeichnet wird, und heute fast überall in Vorlesungen zur Quantenmechanik präsentiert wird. Alternative Interpretationen der Quantenmechanik werden im „Ausblick“ kurz angesprochen. Das wäre ein Thema für einen weiteren Vortrag.

Die Göttinger, sowie viele Arbeitsgruppen außerhalb Göttingens begannen schnell die neue Quantenmechanik auf Probleme aus der Atom-, Molekül-, Festkörper- und Kernphysik anzuwenden. Hier können nur wenige Beispiele genannt werden:

Heisenberg selbst nahm sich bei einem erneuten Aufenthalt in Kopenhagen des Problems an, an dem der Bohr-Sommerfeld Zugang gescheitert war, und verfasste im Sommer 1926 die Arbeit „Über die Spektren von Atomsystemen mit zwei Elektronen“ [24].

Im Zusammenhang mit der Molekülphysik spielte nun auch Friedrich Hund eine wichtige Rolle. Mit der Entdeckung des „Übergreifens von Elektronenzuständen über Potentialschwellen hinweg“ hat er das erste Beispiel des *Tunneleffekts* in der Quantenmechanik aufgezeigt und die Grundlage für die Hund-Mulliken-Methode der Molekülorbitale gelegt [25]. Auch Born beschäftigte sich mit seinem Postdoktoranden Robert J. Oppenheimer, der später in ganz anderem Zusammenhang bekannt wurde, mit der Beschreibung von Molekülen. Sie benutzten, die Tatsache, dass die Atomkerne sehr viel schwerer als die Elektronen sind, zur Trennung von Kern- und Elektronbewegung. In dieser *Born-Oppenheimer-Näherung* [26] werden die Elektronen im Potential der relativ zueinander *ortsfesten* Kerne beschrieben. Die bildliche Darstellung von Molekülen in Chemiebüchern verwendet (meist stillschweigend) diese An-

nahme, in der die Kernpositionen im Rahmen der klassischen Physik beschrieben werden.

An dieser Stelle bietet es sich an, einige der jungen Physiker zu nennen, die neben Oppenheimer in der zweiten Hälfte der zwanziger Jahre bei Max Born in Göttingen waren: Walter Heitler, Victor Weißkopf, Eugen Wigner, Vladimir Fock, Edward Teller.

Zur Festkörperphysik nun ebenfalls zwei Beispiele und zwar aus dem Umfeld von Heisenberg, der 1927 den Ruf nach Leipzig angenommen hatte. Mit seiner Arbeit „Zur Theorie des Ferromagnetismus“ [27] legte er den Grundstein für ein heute noch aktives Forschungsgebiet. Sein dortiger Doktorand Felix Bloch schuf mit seiner Arbeit „Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern“ [28] einen der Grundpfeiler der Festkörpertheorie.

Zur Kernphysik sei nur Borns Arbeit „Zur Theorie des Kernzerfalls“ [29] von 1929 genannt. Er beginnt seine Kurzdarstellung wie folgt:

„Es wird gezeigt, daß die Zerfallswahrscheinlichkeit von Kernen sich auf den bekannten Begriff der quantenmechanischen Übergangswahrscheinlichkeit zurückführen läßt.“

Damit ist die Argumentation verglichen zu der im Vorwort seiner Atommechanik umgekehrt.

5 Nobelpreise

Zur Entwicklung der Quantenmechanik sind mehrere Nobelpreise vergeben worden, zu ihrer Anwendung so viele, dass sie hier nicht alle erwähnt werden können.

Von den *fünf* Autoren, die an den grundlegenden Arbeiten [7],[9],[10],[13],[17]-[19] und [21]-[23] beteiligt waren, erhielten *drei* im Jahr 1933 den Nobelpreis für Physik:

Werner Heisenberg den Preis von 1932:

„für die Begründung der Quantenmechanik, deren Anwendungen zur Entdeckung der allotropen Formen des Wasserstoffs geführt hat“

Erwin Schrödinger und Paul Dirac den Preis von 1933 mit der Begründung:

„für die Entdeckung neuer produktiver Formen der Atomtheorie (Weiterentwicklung der Quantenmechanik)“

Es versteht sich, dass insbesondere Max Born über die Entscheidung des Nobelkomitees gar nicht erfreut war. Auch Heisenberg war nicht glücklich darüber, dass sein Preis nicht mit Born geteilt wurde. Born musste noch über zwanzig Jahre warten, bis auch ihm die Ehre des Nobelpreises zuteil wurde. Die Begründung für Borns Preis für das Jahr 1954 lautet:

„für seine grundlegenden Forschungen in der Quantenmechanik, besonders für seine statistische Interpretation der Wellenfunktion“

Die Tatsache, dass nicht auch Jordan noch mit dem Preis bedacht wurde, der auch bei der Entstehung der Quantenfeldtheorie eine wichtige Rolle gespielt hat, mag auch an dessen politischer Haltung im Dritten Reich liegen.

Von den vielen Nobelpreisen im Umfeld der Anwendung der Quantenmechanik sei nur einer genannt, der Nobelpreis für Chemie 1966 an Robert Mulliken, mit der Begründung

„für seine grundlegenden Arbeiten über die chemische Bindung und die Elektronenstruktur mit Hilfe der Orbital-Methode“

Zur Preisverleihung an ihn alleine merkte Mulliken an, dass er es vorgezogen hätte, den Preis mit Hund zu teilen.

6 Anmerkungen zu den weiteren Lebensläufen von Born, Heisenberg und Hund

6.1 Born

Mit der Machtergreifung der Nationalsozialisten fand Göttingens Blüte als eines der Zentren der Quantenphysik ein jähes Ende. Born emigrierte nach Großbritannien und nahm 1936 nach einer Übergangszeit in Cambridge die Tait-Professur für Naturphilosophie in Edinburgh an, wo er bis zu seiner Emeritierung 1953 blieb. Im selben Jahr wurde er gemeinsam mit James Franck zum Ehrenbürger der Stadt Göttingen ernannt. Er kehrte nach Deutschland zurück und lebte bis zu seinem Tod im Jahr 1970 in Bad Pyrmont. In diesem Lebensabschnitt war er häufig in Göttingen. Wie auch Heisenberg, war Born im Jahr 1957 einer der Unterzeichner des *Göttinger Manifests* gegen die Aufrüstung der Bundeswehr mit Kernwaffen. Auch zu seinem alten Institut nahm er wieder Kontakt auf. Ein Exemplar der Neuauflage seines berühmten Buches *Principles of Optics* (mit E. Wolf), das sich heute noch in der Institutsbibliothek befindet, trägt die Widmung „Dem Institut für Theoretische Physik der Universität Göttingen von dem einstigem Leiter - Max Born“.

Borns Grab, in dem auch seine Frau Hedwig bestattet ist, befindet sich auf dem Göttinger Stadtfriedhof und zeigt neben beiden Namen und Lebensdaten seine berühmte Vertauschungsregel.

6.2 Heisenberg

Wie bereits erwähnt, hatte Heisenberg 1927 einen Ruf an die Universität Leipzig angenommen. Das gemeinsame Seminar mit Hund (s.u.) wurde als „Heisenberg mit Hund“ bekannt und war Anziehungspunkt für viele junge Wissenschaftler, die später wichtige Beiträge zur Anwendung und weiteren Entwicklung der Quantenmechanik, insbesondere der Quantenfeldtheorie

geliefert haben, in der das „Heisenberg-Bild“ eine zentrale Rolle spielt. Die Quantenfeldtheorie musste mit dem Problem kämpfen, dass die Berechnung gewisser physikalischer Größen unendliche Werte ergab. Heisenberg lieferte mit seiner S -Matrix- oder *Streumatrix*-Formulierung einer Theorie der Elementarteilchen einen wichtigen Versuch, diese „Divergenzschwierigkeiten“ der Quantenfeldtheorie dadurch zu bewältigen, dass er die theoretische Beschreibung wieder auf „beobachtbare Größen“ beschränkte [30].

Während seiner Zeit als Direktor des Kaiser-Wilhelm-Instituts für Physik in Berlin (1942-1945) war Heisenberg wesentlich am Uranprogramm des Heereswaffenamtes beteiligt, das zum Glück erfolglos blieb. Nach der Internierung in Farm Hall wurde er 1946 Direktor des Kaiser-Wilhelm-(ab 1948 Max-Planck-)Instituts für Physik in Göttingen, das 1958 mit Heisenberg nach München umzog. Dort hielt er im selben Jahr die Festrede bei der 800-Jahrfeier der Stadt München.

Heisenberg war auch nach dem Zweiten Weltkrieg wissenschaftlich sehr aktiv - allerdings nicht mehr so erfolgreich wie davor. Er versuchte sich z.B. vergebens an einer Theorie der Supraleitung. Ähnlich wie Einsteins Versuche einer einheitlichen Feldtheorie fehl schlugen, so muss auch Heisenbergs Suche nach der „Weltformel“ als gescheitert angesehen werden. Er hatte sie 1958 in Göttingen in einem Vortrag „Einheitliche Theorie der Elementarteilchen“ vorgestellt und schon vorher über die dabei auftretenden mathematischen Probleme in der Göttinger Akademie referiert [31]. Sein Buch „Einführung in die einheitliche Feldtheorie der Elementarteilchen“ [32] muss als vergeblicher Versuch angesehen werden, seine Ideen weiter zu verbreiten. Sein Ansatz ist heute durch das erfolgreiche „Standardmodell“ der Elementarteilchen abgelöst, das die starke, die schwache und die elektromagnetische Wechselwirkung vereint.

Heisenberg starb im Jahr 1976 in München und ist dort beigesetzt. Seine Haltung im Zweiten Weltkrieg ist ihm im Ausland oft verübelt worden. Das kürzlich in Göttingen erstmals aufgeführte Theaterstück „Kopenhagen“ von Michael Frayn (1998) zeigt die Problematik von Heisenbergs Haltung anlässlich seines Besuches bei Bohr im Jahr 1941.

6.3 Hund

Friedrich Hund hatte, wie bereits angedeutet, ab 1929 eine Professur in Leipzig inne und z.B. durch das erwähnte Seminar zur „Struktur der Materie“ engen Kontakt zu Heisenberg. Er war von Rostock nach Leipzig gekommen, wo er ab 1927 ausserordentlicher und ab 1928 ordentlicher Professor war. Im Jahr 1943 erhielt er die Max-Planck-Medaille, die höchste Auszeichnung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft. Ab 1946 war er Professor an der Universität Jena, verließ aber die DDR 1951 und wirkte bis 1956 als Professor in Frankfurt. Die Rückkehr nach Göttingen als Nachfolger von Richard Becker erfolgte 1957. Er schuf hier eine erfolgreiche Arbeitsgruppe, die sich

mit aktuellen Problemen der Festkörpertheorie beschäftigte. Er war auch nach seiner Emeritierung im Jahr 1964 als Hochschullehrer weiterhin sehr aktiv. Seine Vorlesungen zur Geschichte der Physik fanden immer mehr Hörer. Nachdem er bereits mehrere physikalische Fachbücher geschrieben hatte, beschäftigten sich seine späteren Bücher mit der Geschichte der Physik, insbesondere der Quantentheorie [33], deren Entstehung er ja vor Ort mit erlebt hatte und zu der er wichtige Anwendungsbeiträge geliefert hat. Hund starb 1997 in Göttingen im gesegneten Alter von 101 Jahren. Er war ein bescheidener Mensch und fühlte sich eher als „Kärner für die ganz Großen wie z.B. Bohr und Heisenberg“.



Abb. 5: Hund, Heisenberg und Born bei Hunds
siebzigsten Geburtstag.

7 Die Quantenmechanik heute - Ausblick

Borns Wahrscheinlichkeitsinterpretation der Quantenmechanik wurde nicht von allen Physikern akzeptiert, insbesondere konnte sich Einstein nie damit anfreunden, da dadurch das Prinzip der *Kausalität* nicht mehr in strenger Form gilt.

In der klassischen Mechanik gilt Kausalität in der klaren Form: Ein wohldefinierter Anfangszustand des Systems (Werte aller Teilchenorte und Teilchengeschwindigkeiten zum Anfangszeitpunkt) liefert nach Lösung der Newtonschen Gleichungen das Verhalten des Systems zu allen späteren Zeiten (Werte aller Teilchenorte und Teilchengeschwindigkeiten zum Endzeitpunkt). In der Quantenmechanik folgt aus dem Anfangszustand des Systems (Hilbert-

raumvektor $|\psi(t_A)\rangle\rangle$) durch Lösung der zeitabhängigen Schrödingergleichung zwar ebenfalls der Zustand zu allen späteren Zeiten (Hilbertraumvektor $|\psi(t_E)\rangle\rangle$). Mit Hilfe von $|\psi(t_E)\rangle\rangle$ lassen sich aber im allgemeinen nur *Wahrscheinlichkeitsaussagen* für die physikalischen Messgrößen machen. Um diese Einschränkung zu überwinden, entstand die Idee, mit Hilfe hypothetischer „verborgener Parameter“, d.h. mit zusätzlichen Variablen, die Ausdruck unserer bisher unvollständigen Beschreibung der physikalischen Prozesse durch die Quantenmechanik sind, zur Kausalität im Sinne der klassischen Mechanik zurückzukehren. John von Neumann glaubte aber 1933, einen Beweis gegeben zu haben, dass solch eine Beschreibung mit verborgenen Parametern mit gewissen qualitativen Grundpostulaten der Quantenmechanik unvereinbar ist [34].

Einstein war davon überzeugt, dass die Quantenmechanik eine unvollständige Theorie ist. Zusammen mit B. Podolski und N. Rosen glaubte er das an Hand eines Gedankenexperiments gezeigt zu haben, bei dem zwei ursprünglich wechselwirkende Teilsysteme räumlich getrennt werden. Die quantenmechanische Rechnung zeigte, dass dabei Korrelationen zwischen den Teilsystemen bestehen bleiben. Dies ist als *EPR-Paradoxon* in die Literatur eingegangen [35]. Die Arbeit wurde auf der Titelseite der „New York Times“ erwähnt und führte zu einem langen Austausch mit Bohr und auch Schrödinger schaltete sich ein. Dabei führte er das Konzept der *Verschränkung* zwischen Teilsystemen ein [36] und gab als „burlesken Fall“ seine berühmt gewordene *Schrödingersche Katze* an. Diese *verschränkten Zustände* spielen bei vielen neuen Anwendungen der Quantenmechanik eine zentrale Rolle.

Nach dem zweiten Weltkrieg folgte bezüglich der Quantenmechanik und ihrer Interpretation eine Phase des „shut up and calculate“. Arbeiten zum „Grundlagenproblem“ der Quantenmechanik waren daher in den Zeitschriften der *American Physical Society* während dieser Zeit eher unerwünscht [37]. Dies änderte sich, nachdem John Bell einen Schwachpunkt in von Neumanns „Beweis“ der Unmöglichkeit von Theorien mit verborgenen Parametern aufgezeigt hatte [38,39]. Dies erlaubte eine präzisere Aussage: Nimmt man an, dass für beide der getrennten Teilsysteme des EPR-Gedankenexperiments *lokale* verborgene Parameter existieren, so erhält man eine Ungleichung, die mit dem quantenmechanischen Ergebnis im Widerspruch steht. Die experimentelle Realisation durch A. Aspect und seine Arbeitsgruppe ist in guter Übereinstimmung mit der quantenmechanischen Vorhersage [40]. Es sind also höchstens Ansätze mit *nichtlokalen* verborgenen Parametern möglich.

Die theoretische Beschreibung des *Messprozesses* ist immer wieder kontrovers diskutiert worden. In diesem Umfeld sind diverse alternative Sichtweisen der Quantenmechanik entwickelt worden, wie die „Viele-Welten-Interpretation“, die insbesondere bei Quantenkosmologen Zuspruch gefunden hat [41,42]. In dieser Interpretation finden die möglichen Quantenereignisse tatsächlich alle statt, aber in unterschiedlichen Welten. Diese Sichtweise ist aber auch heftig kritisiert worden und selbst der gegenüber

der Kopenhagener Deutung kritische John Bell zieht (leicht ironisch) das Fazit [43]:

„Ordinary quantum mechanics (as far as I know) is just fine for all practical purposes (FAPP).“

In den letzten zwanzig Jahren ist man dazu übergegangen die „Merkwürdigkeiten“ der Quantenmechanik ernst zu nehmen und für praktische Anwendungen zu nutzen. Dabei wird bereits von „Quantentechnologie“ gesprochen. Am weitesten entwickelt ist die *Quantenkryptographie*, eine Verschlüsselungstechnologie, die aufbauend auf den Gesetzen der Quantenmechanik den Datenverkehr abhörsicher machen soll. Die Schweizer Firma *id Quantique* hat bereits marktreife Geräte entwickelt und hofft in Zusammenarbeit mit *Siemens* die Quantenkryptographie für den Massenmarkt zu öffnen.

Die Idee der *Quantencomputer* hat breite Aufmerksamkeit auch außerhalb eines engeren Forscherkreises gefunden und hat, wie die Quantenkryptographie, Eingang in moderne Lehrbücher der Quantenmechanik gefunden [44,45,46]. Obwohl die praktische Realisierung von Quantencomputern noch nicht abzusehen ist, sind die theoretischen Betrachtungen dazu bereits sehr weit entwickelt. Für *spezielle* Aufgaben, wie der Faktorisierung großer Zahlen oder dem Suchen in einer großen Datenmenge wurden Algorithmen entwickelt, deren Ausführung auf Quantencomputern *sehr* viel (exponentiell) schneller wäre, als die heutigen (für „klassische“ Computer entwickelten) Algorithmen für dasselbe Problem. Als Rechner für den täglichen Gebrauch werden Quantencomputer dagegen (bisher) kaum diskutiert.

Zum Schluss möchte ich noch einmal zu dem in der Einleitung erwähnten allgemeinen wissenschaftshistorischen Aspekt zurückkommen, dem Kuhnschen Paradigmenwechsel. Eine erhellende Aussage dazu findet sich in Heisenbergs Nachruf auf Max Born aus dem Jahr 1970 [47]:

„Wenn ich meine Erinnerung an die beiden Schulen in München und Göttingen vergleiche, an denen ich ausgebildet worden bin, und die Lehrer Sommerfeld und Born, die ihnen vorstanden, so würde ich sagen, daß Born seine jungen Mitarbeiter vor allem dadurch gefesselt hat, daß er sie noch skeptischer gegen den damaligen Zustand der Bohr-Sommerfeldschen Theorie des Atombaus machte, daß er in seinen Schülern das Gefühl zu wecken verstand, es sei hier noch wichtige Arbeit zu leisten. In München war doch die Meinung noch verbreitet gewesen, daß man mit der alten Newtonschen Mechanik dem Atom beikommen könnte, wenn man sie durch die von Planck, Bohr und Sommerfeld formulierten Quantenbedingungen ergänzte. Dieser Glaube war für uns Göttinger schon durch die Bohrschen Vorträge im Sommer 1922 mehr oder weniger verlorengegangen, und Born verbreitete in seinen Seminaren ganz systematisch die Überzeugung, daß es sich letzten Endes nicht darum handeln könnte, komplizierte Atom- oder Molekülmodelle nach der alten Mechanik durchzurechnen, sondern darum ging, eine neue Mechanik zu schaffen“.

8 Danksagung

Für hilfreiche Anmerkungen und Anregungen zu meinem Manuskript danke ich meinen Kollegen H. Capellmann, D. Buchholz, S. Friederich, H. Goenner, S. Kehrein, V. Meden, H.J. Roos und H. Reeh.

Literaturangaben und Anmerkungen

- [1] Thomas Kuhn, „The Structure of Scientific Revolutions“, The University of Chicago Press, Chicago and London, 1962 (first edition).
- [2] Arnold Sommerfeld, „Atombau und Spektrallinien“, Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1919 (1. Auflage); Der Nachdruck der (zweibändigen) 7., durchgesehenen Auflage 1978 (1555 Seiten) ist beim Verlag Harri Deutsch erhältlich.
- [3] Eine neuere Biographie Borns, die auf die Physik aber nur recht kurz eingeht ist: Nancy T. Greenspan, „The End of a Certain World“, Basic Books, New York, 2005.
Neben Borns Autobiografie Max Born, „Mein Leben. Die Erinnerungen des Nobelpreisträgers“, Nymphenburger Verlag, 1975 bietet sich als Ergänzung an:
J. Bernstein, „Max Born and the quantum theory“, Am. J. Phys. **73**, 999 (2005)
- [4] F. Hund, „Die Deutung der verwickelten Spektren, insbesondere der Elemente Scandium bis Nickel“, Zeitschrift f. Physik **33**, 345 (1925); eingegangen am 22. Juni 1925
- [5] Max Born, „Vorlesungen über Atommechanik“, Verlag von Julius Springer, Berlin, 1924 (erste Auflage)
- [6] „Werner Heisenberg: Gesammelte Werke Collected Works, Edited by W. Blum, H.-P. Dürr, and H. Rechenberg, Series A I, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York Tokyo, 1985: B.L. van der Waerden and H. Rechenberg „Quantum Mechanics (1925-1927), An Annotation“, p. 329-343;
Der volle Text von Heisenbergs Beschreibung findet sich auf S. 333
- [7] W. Heisenberg, „Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen“, Zeitschrift f. Physik **33**, 879 (1925); eingegangen am 29. Juli 1925.
- [8] M. Born, „Die statistische Deutung der Quantenmechanik“ Nobelvortrag, gehalten am 11. Dezember 1954, in M. Born „Ausgewählte Abhandlungen“II, 413, Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen, 1963
- [9] M. Born und P. Jordan, „Zur Quantenmechanik“, Zeitschrift f. Physik **34**, 858 (1925); eingegangen am 27. September.
Die Autoren schreiben, dass Heisenberg sein Multiplikationsgesetz „durch eine geistreiche Korrespondenzbetrachtung erschlossen hat. Die Ausgestaltung seines Formalismus, die wir hier geben, beruht auf der Bemerkung, daß diese Regel

nichts ist, als das den Mathematikern wohlbekannte Gesetz der Multiplikation von Matrizen...“

Es sollte angemerkt werden, dass Born und Jordan bereits am 11. Juni die Arbeit „Zur Quantentheorie aperiodischer Vorgänge“ eingereicht hatten (Zeitschrift f. Physik **34**, 858 (1925)), in der es sich zeigte, „daß die Quantenphysik nicht mit einzelnen Zuständen zu tun hat, sondern mit „Paaren“ von Zuständen, denen eine „Übergangsamplitude“ zugeordnet werden muß“. Dies formuliert Born im Vorwort zu „Max Born: Ausgewählte Werke“ (Vandenhoeck und Ruprecht, Göttingen, 1963). Born fährt dann fort, dass in der Quantenmechanik „der entscheidende Schritt“ kam, als Heisenberg ihm sein Manuskript gab, in der er das Rechnen mit Übergangsamplituden entwickelte.

- [10] M. Born, W. Heisenberg und P. Jordan, „Zur Quantenmechanik II“, Zeitschrift f. Physik **35**, 557 (1926); eingegangen am 16. November 1925.
- [11] Wolfgang Pauli, Wissenschaftlicher Briefwechsel mit Bohr, Einstein, Heisenberg, u.a., Bd. 1, Springer-Verlag, New York, 1979
- [12] W. Pauli, „Über das Wasserstoffspektrum vom Standpunkt der neuen Quantenmechanik“, Zeitschrift f. Physik **36**, 336 (1926); eingegangen am 17. Januar 1926.
- [13] P.A.M. Dirac, „The fundamental equations of quantum mechanics“, Proc. R. Soc. London, Ser. A **109**, 642 (1925); eingegangen am 7. November 1925.
- [14] I.J.R. Aitchison, D.A. MacManus, and T.M. Snyder, „Understanding Heisenberg’s magical paper of July 1925: A new look at the calculational details“, Am. J. Phys. **72**, 1370 (2004)
- [15] K. Gottfried, „P.A.M. Dirac and the discovery of quantum mechanics“, Am. J. Phys. **79**, 261 (2011)
- [16] Steven Weinberg, „Dreams of a Final Theory“, Pantheon, New York, 1992, p.53-54
- [17] E. Schrödinger, „Quantisierung als Eigenwertproblem“, Ann. Phys. **79**, 361 (1926); eingegangen am 27. Januar 1926
- [18] E. Schrödinger, „Über das Verhältnis der Heisenberg-Born-Jordanschen Quantenmechanik zu der meinen“, Ann. Phys. **79**, 734 (1926); eingegangen am 18. März 1927
- [19] M. Born, „Zur Quantenmechanik der Stoßvorgänge“, Zeitschrift f. Physik **37**, 863 (1926); eingegangen am 25. Juni 1926; **38**, 803 (1926); eingegangen am 21. Juli 1926;
- [20] Max Born, „Zur Wellenmechanik der Stoßvorgänge“, Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, aus dem Jahre 1927, 77 (Mathematisch-Physikalische Klasse)
- [21] P.A.M. Dirac, „The physical interpretation of the quantum dynamics“, Proc. Roy. Soc. London **A113**, 621; eingegangen am 2. Dezember 1926
- [22] P. Jordan, „Über eine neue Begründung der Quantenmechanik“, Zeitschrift f. Physik **40**, 809 (1927); eingegangen 8. Dezember 1926
- [23] W. Heisenberg, „Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik“, Zeitschrift f. Physik **43**, 172 (1927); eingegangen 23. März 1927

- [24] W. Heisenberg, „Über die Spektren von Atomsystemen mit zwei Elektronen“, Zeitschrift f. Physik **39**, 499 (1926); eingegangen 24. Juli 1926
- [25] F. Hund, „Zur Deutung der Molekülspektren“, Zeitschrift f. Physik **40**, 742 (1927); eingegangen 19. November 1926
- [26] M. Born und R. Oppenheimer, „Zur Quantentheorie der Molekeln“, Annalen der Physik **84**, 310, 1927; eingegangen am 25. August 1927
- [27] W. Heisenberg, „Zur Theorie des Ferromagnetismus“, Zeitschrift f. Physik **49**, 580 (1928); eingegangen am 20. Mai 1928
- [28] F. Bloch, „Über die Quantenmechanik der Elektronen“ in Kristallgittern, Zeitschrift f. Physik **52**, 555 (1929), eingegangen 10. August 1928
- [29] M. Born, „Zur Theorie des Kernzerfalls“, Zeitschrift f. Physik **58**, 308 (1929); eingegangen am 1. August 1929
- [30] W. Heisenberg, „Die „beobachtbaren Größen“ in der Theorie der Elementarteilchen“ I-III, Zeitschrift f. Physik **120**, 513 (1943); Zeitschrift f. Physik **120**, 673 (1943); Zeitschrift f. Physik **93**, 93 (1944);
- [31] W. Heisenberg, „Zur Quantisierung nichtlinearer Gleichungen“, vorgelegt in der Sitzung vom 6. November 1953; „Bemerkungen zur neuen Tamm-Dancoff-Methode in der Quantentheorie der Wellenfelder“, vorgelegt in der Sitzung vom 17. Januar 1956
- [32] Werner Heisenberg, „Einführung in die einheitliche Feldtheorie der Elementarteilchen“, S.Hirzel Verlag, Stuttgart, 1967
- [33] Friedrich Hund, „Geschichte der Quantentheorie“, Bibliographisches Institut, Mannheim, 1967 (Hoschultaschenbücher Bd. 200/200a*)
- [34] John von Neumann, „Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik“, Berlin, Springer, 1932 (Grundlehren der mathematischen Wissenschaften; Bd. 38)
- Diese Monographie basiert auf drei Arbeiten John von Neumanns, die 1927 in den Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen veröffentlicht wurden (S. 1-57, S. 255-272, S. 273-291, Mathematisch-Physikalische Klasse).
- In der ersten (am 20. Mai 1927 von Max Born vorgelegten) Arbeit zeigt von Neumann, dass quantenmechanische Zustände allgemein durch Vektoren in einem *Hilbert-Raum* beschrieben werden.
- [35] A. Einstein, B. Podolski, and N. Rosen, „Can Quantum Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?, Physical Review **47**, 777 (1935)
- [36] E. Schrödinger, „Die gegenwärtige Situation der Quantenmechanik“, Naturwissenschaften **23**, 807 (1935)
- [37] David Kaiser, „How the Hippies Saved Physics“, W.W. Norton, New York, 2011
- [38] J. S. Bell, „On the Einstein Podolski Rosen paradox“, Physics **1**, 195 (1964)
- [39] J. S. Bell, „On the problem of hidden variables in quantum mechanics, „Reviews of Modern Physics“ **38** 447 (1966).
- Eine ähnliche Kritik an von Neumanns „Beweis“ ist bereits 1935 von Grete Hermann vorgebracht worden, als sie in Leipzig in engem Austausch mit Heisenberg zu den „philosophischen Problemen“ der Quantenmechanik stand:

- G. Hermann, „Die naturphilosophischen Grundlagen der Quantenmechanik“, *Abhandlungen der Fries'schen Schule*, Band 6, Heft 2, S. 69-152 (1935)
- [40] A. Aspect, L. Dalibard, and G. Roger, „Experimental Test of Bell's Inequality Using Time-Varying Analyzers“, *Phys. Rev. Lett.* **49** 1804 (1982)
- [41] Hugh Everett III, „Relative State Formulation of Quantum Mechanics“, *Rev. Mod. Phys.* **29**, 254 (1957)
- [42] Bryce DeWitt, „Quantum Mechanics and Reality“, *Phys. Today* **23**, 30 (1970)
- [43] J. S. Bell, „Against measurement“, *Physics World*, August 1990, p. 37
- [44] M. Le Bellac, *Quantum Physics* (Cambridge U Press, 2006)
- [45] S. Haroche, J.M. Raimond, *Exploring the Quantum* (Oxford U Press, 2006)
- [46] B. Schumacher, M. Westmoreland, *Quantum Processes, Systems, and Information* (Cambridge U Press, 2010)
- [47] W. Heisenberg, „Nachruf auf Max Born“, *Jahrbuch der Akademie der Wissenschaften zu Göttingen* 1970, S. 59

Bildernachweis:

Abb. 3 und Abb. 5 sind Fotos aus dem Nachlass von Friedrich Hund im Besitz von Gerhard Hund. Genutzt unter Creative Commons Attribution 3.0 Unported (CC-BY-3.0) Lizenz von Gerhard Hund.