

## Leibniz' binäres Zahlensystem als Grundlage der Computertechnologie

HERBERT BREGER

Seit Konrad Zuse (1936/1941) und John von Neumann (1945) sind elektronische Rechenmaschinen eng mit dem binären Zahlensystem verbunden. Dieses System, in dem zunächst alle Zahlen und dann überhaupt jede Information lediglich mit den Zeichen 0 und 1 geschrieben werden (so daß sieben beispielsweise durch 111 bezeichnet wird), hat den Vorteil der logischen Übersichtlichkeit: Den Zeichen 0 und 1 entsprechen wahr und falsch. Es hat aber auch den Vorteil leichter technischer Realisierung. Viele elektronische Bauelemente haben zwei stabile Zustände; sie lassen sich leicht durch einen elektrischen Impuls in den jeweils anderen Zustand überführen. Aber auch Multiplikationen und Divisionen sind im Binärsystem besonders einfach zu realisieren. Statt die zehn Ziffern des Dezimalsystems durch Spannungen von 0, 1, 2, . . . 9 Volt zu unterscheiden, ist es technisch einfacher und zuverlässiger, nur zwischen den Zuständen „Spannung“ und „keine Spannung“ zu unterscheiden.

Die Erfindung des binären Zahlensystems hat Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) für sich beansprucht. Freilich gibt es einige Mathematiker des 17. Jahrhunderts, die schon vor Leibniz mit binären Zahlen experimentierten. Die Aufzeichnungen von Thomas Harriot (1560–1621) blieben unveröffentlicht. Die erste Publikation zum binären System stammt 1670 von Caramuel y Lobkowitz. Aber Leibniz hat auch diese Schrift wahrscheinlich nicht gekannt. Pascal und Caramuel y Lobkowitz haben ein Zwölfersystem untersucht, und Erhard Weigel hat 1673 ein Vierersystem propagiert. Für das Zwölfersystem sprach, daß die Zwölf viele Teiler hat (ein Vorteil bei



Herbert Breger, apl. Professor für Philosophie und Geschichte der Naturwissenschaften an der Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Bibliothek Hannover, Arbeitsstellenleiter des Leibniz-Archivs Hannover



Abbildung 1: Gottfried Wilhelm Leibniz (mit freundlicher Genehmigung der Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Bibliothek, Hannover)

der Anwendung auf Münzen und Gewichte), während das Viersystem mit der Heiligkeit der Zahl Vier bei den Pythagoräern begründet wurde. Zumindest vom Zwölfersystem hat der junge Leibniz aus zweiter Hand gehört. Trotz solcher Vorläufer ist Leibniz' Stellung in der Geschichte des Binärsystems sowohl wegen des Umfangs und der Tiefe als auch wegen der öffentlichen Wirkung seiner Untersuchungen so überragend, daß beispielsweise in einem englischsprachigen Standardwerk die ersten drei Kapitel „Before Leibniz“, „Leibniz“ und „The Rest of the 1700s“ betitelt sind.

Ob Leibniz aus Erwägungen über das Zwölfersystem und andere Zahlensysteme zum Binärsystem gelangt ist und wann genau das geschehen ist, ist schwer zu sagen. Aus Leibniz' Nachlaß, der mit ca. 200.000 Blatt einen der größten Gelehrtennachlässe überhaupt darstellt, ist bisher nur ein Teil der Aufzeichnungen zu anderen Zahlensystemen veröffentlicht worden; insbesondere sind die mathematischen Aufzeichnungen aus der Frühzeit von Leibniz erst zum Teil in der Akademieausgabe von Leibniz' Sämtlichen Schriften und Briefen gedruckt. Die Bearbeitung dieser Texte ist für die Reihe VII (= Mathematische Schriften) der Leibniz-Ausgabe vorgesehen; diese Reihe wird ebenso wie vier andere Reihen von der Göttinger Akademie der Wissenschaften herausgegeben, während zwei weitere Reihen von der Berlin-Brandenburgischen Akademie betreut werden. Kürzlich sind die Aufzeichnungen von Leibniz zur Entstehung seiner Infinitesimalrechnung im Druck erschienen. Die Aufzeichnungen sind in der Regel nur durch Wasserzeichen (soweit vollständig oder teilweise vorhanden)

oder/und durch Besonderheiten der mathematischen Notation zu datieren; Bezüge zur gleichzeitigen Korrespondenz von Leibniz gibt es kaum; Mitteilungen aus der späteren Korrespondenz („vor mehr als zwei Jahrzehnten habe ich [ . . . ]“) sind eher Anhaltspunkte im allgemeinen als präzise Datierungsgründe im Einzelfall.

Falls Leibniz zunächst vom Zwölfersystem ausgegangen war, so hat er doch den Schritt zum binären System recht rasch vollzogen. Der Gedanke der Zerlegung in einfache Bestandteile und das Bemühen, mit kleinstem begrifflichen Aufwand eine gewünschte Wirkung zu erzielen, spielten in seinem Denken immer wieder eine wichtige Rolle. Es ging ihm von vornherein nicht um die praktische Anwendung im Alltagsleben, sondern um die theoretischen Aufschlüsse, die die Analyse des Komplizierten liefert, und da lag das Binärsystem eben besonders nahe. Bereits 1677 befaßte sich Leibniz mit Brüchen im Binärsystem. Durch nähere Untersuchungen der Perioden von Dezimalbrüchen und Binärbrüchen gelangte er 1680 zum „kleinen Satz von Fermat“, der von grundlegender Bedeutung in der Zahlentheorie ist. Auch wenn Leibniz später feststellen mußte, daß Fermat diesen Satz bereits formuliert hatte, bleibt sein Beweis doch der erste bekannte Beweis dieses Satzes. Ohne Erfolg blieben jedoch seine darauf aufbauenden Überlegungen, weitere mathematische Sätze zu beweisen (allgemeines Kriterium für Primzahlen, Beweis der Irrationalität der Kreiszahl  $\pi$ ).

1697 erläuterte Leibniz in einem Neujahrsbrief dem Herzog Anton Ulrich von Wolfenbüttel das binäre Zahlensystem; der Brief ist im dreizehnten Band der ersten Reihe der Akademieausgabe gedruckt. Der Brief knüpft stark an traditionelles philosophisches Gedankengut an: Die 1 bezeichnet die Einheit oder das Eine, die 0 (nullum) bezeichnet das Nichts oder den Mangel an Existenz. Wenn nach pythagoräischer Lehre alles Zahl ist und wenn auch Aristoteles die These diskutiert, daß die Wesen der Dinge Zahlen sind, dann kann das binäre Zahlensystem, in dem alle Zahlen aus 0 und 1 aufgebaut werden, als ein Sinnbild der göttlichen Schöpfung verstanden werden: Gott oder die absolute Einheit erzeugt alles aus dem Nichts. Leibniz empfahl dem Fürsten die Prägung einer Gedenkmünze, auf der dieser Zusammenhang dargestellt werden sollte.

Wenige Jahre später wurde Leibniz zum Mitglied der Académie des Sciences in Paris ernannt, und er wählte das binäre Zahlensystem als Thema für seine erste Veröffentlichung im Publikationsorgan der Akademie. Er stellte klar, daß das Binärsystem nicht für den Gebrauch im Alltag, sondern für wissenschaftliche Zwecke geeignet sei, da Strukturen leichter erkennbar seien. Als Beispiel verwies er auf die Regelmäßigkeiten, die sich in Zahlenfolgen finden lassen. In der beigefügten Tabelle sind die Quadratzahlen

im Zehnersystem und im Binärsystem notiert. In der letzten Spalte weisen die Quadratzahlen im Binärsystem stets die Abfolge 0 1 0 1 0 1 usw. auf. In der vorletzten Spalte findet sich stets eine 0. In der drittletzten Spalte

Quadratzahlen	
0	00000000
1	00000001
4	00000100
9	00001001
16	00010000
25	00011001
36	00100100
49	00110001
64	01000000
81	01010001
100	01100100
121	01111001
144	10010000
169	10101001
196	11000100
225	11100001
256	10000000

besteht die Periode aus 0 0 1 0. In der viertletzten Spalte ist 0 0 0 1 0 1 0 0 die Periode. Je weiter nach links man geht, desto länger werden die Perioden, aber es findet sich stets eine periodische Wiederkehr der gleichen Ziffernfolge. Leibniz teilte weiter mit, daß die Folge der Kubikzahlen, der natürlichen Zahlen, der durch drei teilbaren, der durch fünf teilbaren, der durch sieben teilbaren Zahlen ebenfalls Spaltenperioden aufweisen (nicht jedoch die Folge der Primzahlen). Natürlich gibt es solche Perioden auch im Zehnersystem; sie sind aber komplizierter und daher schwerer zu entdecken.

Leibniz verstand seine Darlegungen nur als Appetithappen, der zeigen sollte, daß die Verwendung des Binärsystems in zahlentheoretischen Untersuchungen von Nutzen sein könnte. Es ist bemerkenswert, daß die Pariser Akademie kein wirkliches Interesse zeigte. So legte Leibniz zwei Jahre später eine neue Fassung seines Aufsatzes vor, die dann auch von der Akademie gedruckt

wurde. Der Unterschied zwischen beiden Fassungen besteht keineswegs in der mathematischen Substanz, sondern in einem Schuß Exotik. Ein in Peking lebender jesuitischer Missionar hatte Leibniz brieflich auf das vermutlich aus dem 8. vorchristlichen Jahrhundert stammende chinesische Orakel I Ging hingewiesen. Im I Ging werden 64 Hexagramme von durchgezogenen und gebrochenen Linien mit einer Bedeutung versehen, so daß man durch Ziehen eines geeigneten Loses einen Orakelspruch für die eigene augenblickliche Situation erhält. Zwischen den durchgezogenen und den gebrochenen Linien einerseits und den binären Zahlen von 0 bis 63 andererseits besteht offenbar eine rein formale Analogie, die Leibniz' Korrespondent zum Anlaß für die Behauptung nahm, das ihm von Leibniz mitgeteilte binäre System sei den alten Chinesen bekannt gewesen und sei nun in China in Vergessenheit geraten. Mit dieser Interpretation wird Leibniz' Aufsatz zum wissenschaftlichen Vorläufer der im 18. Jahrhundert verbreiteten Mode der Chinoiserien. Vor allem aber ist es dieser Aufsatz in dem einflußreichen Jahrbuch der Pariser Akademie, der dem Binärsystem in

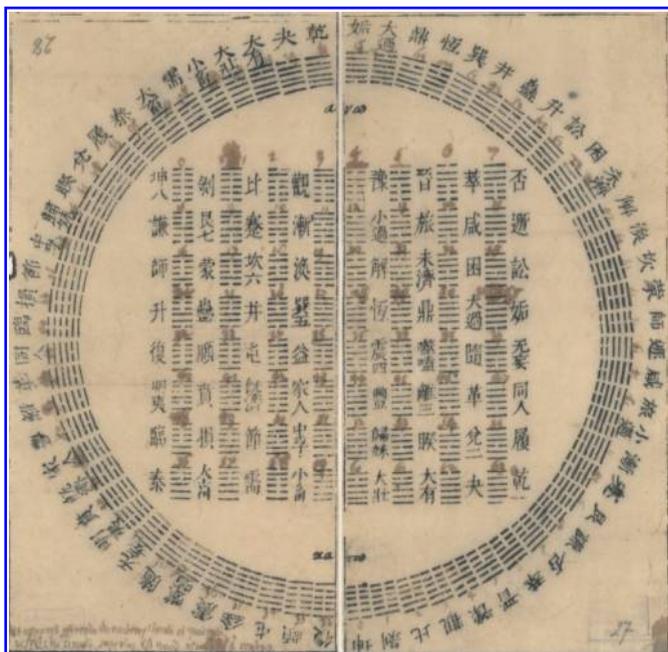


Abbildung 2: Die 64 Hexagramme des I Ging mit Notizen von Leibniz' Hand (mit freundlicher Genehmigung der Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Bibliothek, Hannover)

den nächsten ein oder zwei Jahrhunderten immer wieder Aufmerksamkeit und Beachtung verschafft.

Erst aus dem unveröffentlichten Nachlaß wissen wir, daß auch der erste Entwurf einer mit dem Binärsystem arbeitenden Rechenmaschine auf Leibniz zurückgeht. Genauer gesagt, gibt es sogar zwei auf verschiedenen Konstruktionsprinzipien beruhende Entwürfe, die 1679 und vermutlich 1680 entstanden sein dürften. Offenbar hatte Leibniz bereits erkannt, daß eine Reihe von Konstruktionsschwierigkeiten einer dekadischen Maschine, insbesondere der komplizierte Zehnerübertrag, mit einer binären Maschine vermieden werden konnte. Im ersten Entwurf rollten Kugeln (von denen jede eine 1 repräsentierte) Rinnen entlang. Wenn zwei Kugeln aufeinander trafen, fiel eine Kugel durch ein Loch nach unten und war damit aus dem Spiel, während die andere Kugel in die nächste Rinne übergang ( $1 + 1 = 10$ ). Die Multiplikation wurde als fortgesetzte Addition ausgeführt, während Subtraktion und Division eher umständlich waren. Im zweiten Entwurf sind Zahnräder statt Kugeln vorgesehen; außerdem gibt Leibniz einen mechanischen Zahlenwandler an, mit dessen Hilfe die sonst

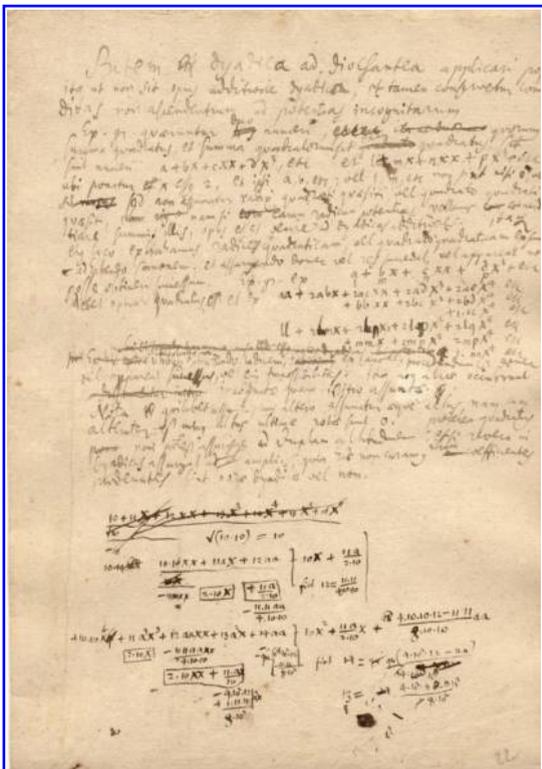


Abbildung 3: Aufzeichnung von Leibniz über den Gebrauch des Binärsystems in der Zahlentheorie (mit freundlicher Genehmigung der Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Bibliothek, Hannover)

erforderliche Rechenarbeit beim Übergang zwischen Dezimal- und Binärsystem erspart werden konnte. Beide Entwürfe blieben allerdings auf dem Papier; der erste wurde 1971 von Ludolf von Mackensen und 2004 von Erwin Stein und Gerhard Weber nachgebaut.

Sowohl das binäre Zahlensystem als auch seine Rechenmaschine sowie beide Entwürfe für Binärrechenmaschinen sind keineswegs isolierte Gedanken von Leibniz; sie stehen vielmehr in engem Zusammenhang mit seinem großen Projekt einer *characteristica universalis*, einer allgemeinen Zeichen- und Begriffsschrift. Sein hartnäckiges Bemühen um eine gute Bezeichnungsweise hat Leibniz zum „master-builder of mathematical notations“ (Cajori) gemacht. Bei der Entwicklung des Binärsystems war Leibniz zweifellos auch durch das Bestreben geleitet, die einfachste Bezeichnungsweise zu wählen. Das Projekt einer *characteristica universalis* zielte auf ein

Zeichensystem wie in der Mathematik für unser gesamtes Denken, jedenfalls soweit es sich nicht mit dem Individuellen, Einmaligen befaßt, wie es etwa in der Geschichtswissenschaft der Fall ist. Zwei streitende Philosophen, so führt Leibniz aus, verhalten sich wie zwei Kaufleute, die sich über die wechselseitigen Verbindlichkeiten nicht einigen können, weil jeder nur von den Schulden des anderen spricht. Mit Hilfe einer *characteristica universalis* könnten sich die Philosophen dann ebenso einigen wie die Kaufleute, die die Verbindlichkeiten in Heller und Pfennig feststellen und dann addieren bzw. subtrahieren. Natürlich sind nicht alle Blümenträume dieses Projekts gereift, aber der Gedanke der Mathematisierung unseres Denkens hat in den Natur- und den Technikwissenschaften beträchtliche Erfolge erzielt. Auch wenn Leibniz nur die ersten Anfänge solcher Erfolge selber erlebte, hatte er schon weitergedacht: Der Mathematisierung des Denkens würde die Mechanisierung des Denkens folgen können; Leibniz' lebenslanges Bemühen um eine Rechenmaschine steht in diesem philosophischen Kontext.

In der heute wieder abgeflauten philosophischen Debatte um die Künstliche Intelligenz ist Leibniz 1985 von John Searle als Urheber der Annahme bezeichnet worden, daß jede geistige Leistung theoretische Ursachen haben müsse, so daß ein entsprechendes Computerprogramm geschrieben werden könne. Tatsächlich sah Leibniz keine prinzipiellen Schwierigkeit im Bau eines Schiffes, das von selbst den Hafen ansteuert, oder im Bau eines Automaten, der durch die Stadt läuft und an bestimmten Straßenecken abbiegt. Aus seinem berühmten Mühlengleichnis in der *Monadologie* geht jedoch hervor, daß er die „Subjektivität“ nicht nur eines Menschen, sondern überhaupt jedes Lebewesens für nicht künstlich herstellbar hielt.