# Alltag mit der „Königin der Mathematik“

(vorgetragen in der öffentlichen Sitzung am 19. Dezember 2008)

Manfred Robert Schroeder

Manfred Robert Schroeder, Professor der Physik an der Georg-August-Universität Göttingen, O. Mitglied der Göttinger Akademie seit 1973

Schon als kleiner Junge habe ich mich immer für Mathematik interessiert. Aber meine Großmutter meinte, ich solle Physik studieren. Also studierte ich Physik, und zwar in Göttingen, wo schon mein bester Freund, Jobst, seit zwei Semestern immatrikuliert war. Außerdem war da noch Werner Heisenberg, dessen Quantenmechanik ich besser verstehen wollte. Ich ging also noch in einem meiner ersten Semester zu einer Vorlesung von Heisenberg (über das Schalenmodell des Atomkerns von Maria Göppert-Mayer) – und verstand kein Wort.

Aber zurück zur Mathematik. Carl Friedrich Gauß bezeichnete die Zahlentheorie gerne als die „Königin der Mathematik“. Schon Pythagoras, 530 Jahre vor unserer Zeitrechnung, meinte: „Alles ist Zahl“. Auch Immanuel Kant, in Königsberg, betonte die große Bedeutung der Zahlen für den „Stellenwert“ einer Wissenschaft. Und der bekannte Berliner Mathematiker Leopold Kronecker postulierte gar: „Die ganzen Zahlen hat der Liebe Gott gemacht. Alles andere ist Menschenwerk“.

Ungeachtet dieser Hochachtung vor den Zahlen war die Meinung weit verbreitet, dass die Theorie der Zahlen zu nichts nutze sei. Der berühmte englische Mathematiker Godfrey Hardy brüstete sich gar mit der Behauptung, dass sein gesamtes Lebenswerk keinerlei praktische Konsequenzen habe.

Aber es gab auch Gegenströmungen. Der Göttinger Felix Klein engagierte sich Zeit seines Lebens für die Anwendungen der Mathematik. (Das führte u. a. zur Gründung der Institute für Angewandte Elektrizität und Angewandte Mathematik und Mechanik – aus welchen übrigens 1947 das

Dritte Physikalische Institut hervorging.) Und der vor hundert Jahren, im Alter von nur 44 Jahren, verstorbene Göttinger Mathematiker und Freund David Hilberts Herrmann Minkowski traf den Nagel auf den Kopf als er – in der ihm eigenen Syntax – prophezeite:

> „In letzter Hinsicht bin ich übrigens für die Zahlentheorie Optimist und hege still die Hoffnung, dass wir vielleicht gar nicht weit von dem Zeitpunkt entfernt sind, wo die unverfälschteste Arithmetik gleichfalls in Physik und Chemie Triumphe feiern wird, und sagen wir z. B., wo wesentliche Eigenschaften der Materie als mit der Zerlegung der Primzahlen in zwei Quadrate im Zusammenhang stehend erkannt werden."

Das war vor 100 Jahren eine gewagte Feststellung. Aber Minkowski sollte Recht behalten. Heute sind die Anwendungen der Zahlentheorie nicht mehr zu übersehen. Man denke nur an die digitale Verschlüsselung von Informationen für den Datenschutz, ohne die die Vertraulichkeit elektronischer Kommunikation kaum möglich wäre, sowohl in der Diplomatie wie beim Schutz persönlicher Daten oder bei Geldüberweisungen per Internet. Ja, die Prophezeiung Minkowskis hat sich fast wörtlich als richtig erwiesen. In meiner Göttinger Dissertation – zur akustischen Qualität von Konzertsälen – spielte die Zerlegung ganzer Zahlen in die Summe von drei Quadraten eine wesentliche Rolle. (14 ist zum Beispiel gleich $1+4+9 = 1^2+2^2+3^2$. Aber versuchen Sie eine derartige Zerlegung für 7 oder 28 oder 112; da ist eine derartige Zerlegung nicht möglich. Im Grenzfall für große Zahlen ist eine von 6 Zahlen nicht als Summe von drei Quadraten darstellbar: Das ist der so genannte 3-Quadratesatz der Zahlentheorie. )

## *Philharmonic Hall, New York*

Verbleiben wir noch einen Augenblick bei der Konzertsaalakustik. Im September 1962 wurde in New York, im Beisein von First Lady Jacqueline Kennedy und unter der musikalischen Leitung von Leonhard Bernstein, die neue Philharmonie feierlich eröffnet. Die Erwartungen waren groß, aber die Akustik ließ – milde gesagt – zu wünschen übrig. Es fehlte an einem vollen Klang und an dem guten Gefühl, in die Musik „eingebettet" zu sein. Mit anderen Worten: die Musik klang zu „dünn" und zu „fern".

In ihrer Not wandte sich die Leitung des Lincoln Center, zu der die Philharmonic Hall gehörte, an die American Telephone and Telegraph Company, die sich ihrerseits an die Bell Laboratories wandte, als deren Akustik-Chef ich damals fungierte.

Die Hauptbeschwerden waren:

- Eine mangelhafte Übertragung der tiefen Töne, vor allem der Celli und der Kontrabässe. (Der um drastische Bemerkungen nie verlegene Chefdirigent des Cleveland Orchestra, Georg Szell, nannte die Philharmonic Hall deshalb auch ein Stummfilmkino: außen Kino, innen stumm)
- Das zweite große Manko des neuen Saales war das mangelnde Raumgefühl.

Meine Mitarbeiter bei den Bell Laboratorien – Gerhard Sessler, James West und Bishnu Atal – und ich starteten damals ein umfangreiches Messprogramm. Vor Beginn der Messungen fragte ich die Studenten der Juliard School of Music, welcher Sitz denn der akustisch beste sei. Sie antworteten A15 auf der Second Terrace (2. Rang).

Für den Mangel an tiefen Frequenzen konnte durch umfangreiche Messungen, auch hier in Göttingen durch meinen Vorgänger Erwin Meyer, die Deckenkonstruktion verantwortlich gemacht werden, speziell die Form, Größe und Anbringung der den Schall reflektierenden Paneele (siehe Abildung 1).

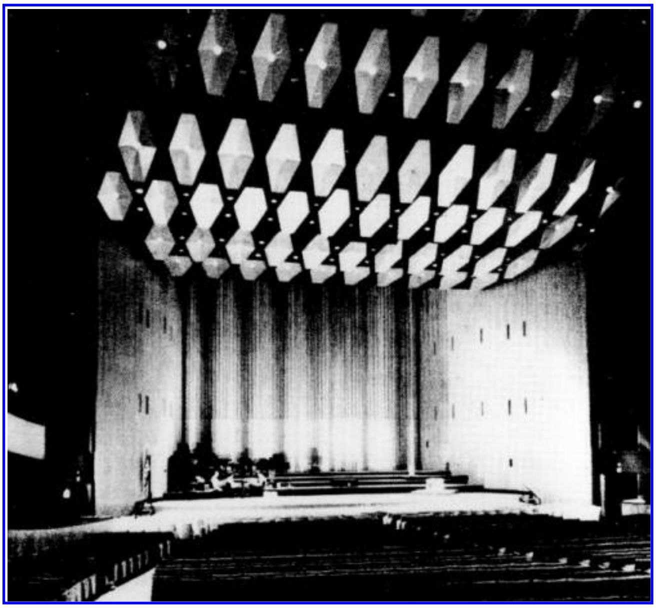

Abbildung 1: Philharmonic Hall (New York) im ursprünglichen Zustand

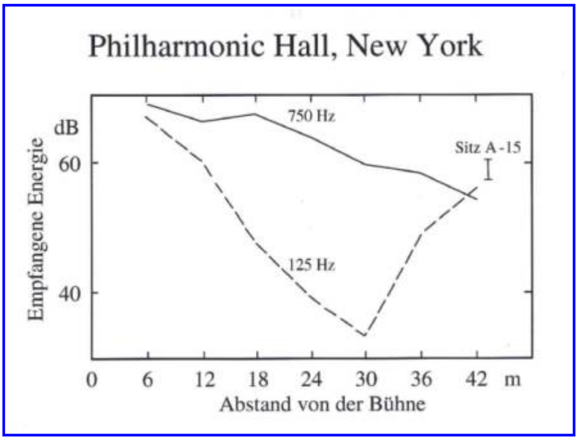


Abbildung 2: Rapider Abfall der tiefen Töne (125 Hertz) bei wachsendem Abstand vom Podium, verglichen mit den mittleren Tonlagen (750 Hertz). Dagegen zeigen die Messwerte am Sitz A15 nur eine geringe Schwankung – eine wunderbare Übereinstimmung von physikalischen Daten und subjektivem Empfinden!

Das mangelnde Raumgefühl konnte durch das Fehlen von kräftigen Reflexionen von den Seitenwänden erklärt werden: viele moderne Säle so wie auch die Philharmonic Hall sind relativ breit und haben eine niedrige Decke, so dass die Seitenreflexionen relativ zu den Deckenreflexionen sehr schwach sind. Ein löbliches Gegenbeispiel ist der Grosse Musikvereinssaal in Wien. Er ist relativ schmal und hat eine hohe Decke und eine hervorragende Akustik.

Nach meiner Rückkehr nach Göttingen konnten wir mit Hilfe der Deutschen Forschungsgemeinschaft diesem Problem auf den Grund gehen. Meine Göttinger Mitarbeiter Dieter Gottlob, Karl-Friedrich Siebrasse und Ulrich Eysholdt studierten hierzu im Detail insgesamt 22 Konzertsäle in Europa und den Vereinigten Staaten. Das Hauptergebnis war: Entscheidend für ein gutes Raumgefühl sind frühe und starke, seitlich am Kopf eintreffende Schallwellen.

Um auch in einem breiten Saal starke seitliche Schallwellen zu realisieren, empfiehlt sich eine stark gegliederte Decke, die den Schall breit gefächert zurückwirft. Aber wie macht man das am besten? Darüber habe ich lange nachgedacht. Dann, anno 1977, hörte ich einen Vortrag des bekannten französischen Mathematikers André Weil, eines Bruders von Simone Weil, der anlässlich des 200. Geburtstages von Gauß nach Göttingen gekommen war und über „Gaußsche Summen und quadratische Reste“ sprach. Während des Vortrages von Weil wurde mir plötzlich klar, dass quadratische

Abbildung 3: Dieter Gottlob und Karl-Friedrich Siebrasse mit dem „Kunstkopf“, mit dem die „ohrgerechten“ Schallaufzeichnungen gemacht wurden.

Reste optimale Strukturen liefern würden. (Technisch gesprochen, sah ich, dass die Diskrete Fourier-Transformierte von exponentierten quadratischen Restfolgen modulo einer ungeraden Zahl ein konstantes Spektrum haben. Das ist die für effektive Streustrukturen bestimmende Eigenschaft.)

Es wäre noch viel über Anwendungen der Zahlentheorie in der Musik zu berichten, etwa die Konstruktion neuer wohltemperierter Tonleitern, die statt auf der Oktave auf anderen musikalischen Intervallen beruhen, oder die Synthese interessanter barockartig klingender Tonfolgen und „exotischer“ Rhythmen.


Abbildung 4: Quadratic-Residue Diffusor (QRD), auf der Primzahl 17 als Periode beruhend. Derartige Strukturen sind weltweit als „Schroeder-Diffusoren“ bekannt und auch in der Göttinger Stadthalle zu finden (D. Püschel, Akustik Technologie, Göttingen). Die Wahl von 17 als Periode erlaubt die effiziente Schallstreuung von vier musikalischen Oktaven.

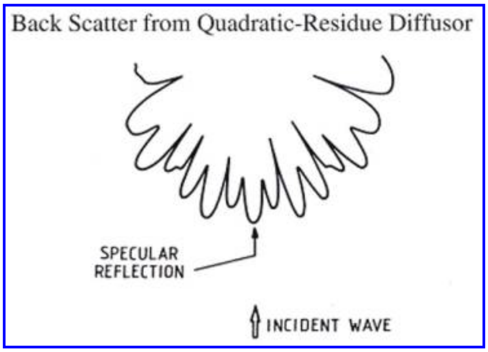


Abbildung 5: QRD Rückwurf-Diagramm (Messung von Heinrich Henze, Theorie von Hans Werner Strube)

Eine der Zahlenfolgen, die mich bei diesen Bestrebungen besonders interessiert hat, wird auf die folgende einfache Weise konstruiert: Man betrachte die Folge der ganzen positiven Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ... und deren Beschreibung im binären Zahlensystem (das nur die Ziffern 0 und 1 benutzt): 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, .... Wenn wir jetzt lediglich die Anzahl der 1en hinschreiben, erhalten wir die Folge 1, $\underline{1}$, 2, $\underline{1}$, 2, $\underline{2}$, 3 ..., die die interessante Eigenschaft hat, dass jeder zweite – unterstrichene – Term, die – unendliche – Folge reproduziert: 1, 1, 2, .... (Diese „Selbstähnlichkeit" der Folge resultiert aus der Tatsache, dass Multiplikation mit 2 im binären Zahlensystem die Anhängung einer 0 bedeutet, also die Anzahl der 1en nicht verändert – ganz analog zum Dezimalsystem, wo Multiplikation mit 10 durch Anhängung einer 0 bewerkstelligt wird.)

Daraus folgt, dass sich die Folge auch bei Betrachtung jedes 4., 8., 16., 32. oder 64. etc. Terms exakt reproduziert. Wenn wir jetzt statt jedes 64. Terms jeden 63. Term betrachten, so erhält man eine Folge, die, salopp gesprochen, „haarscharf" nicht „periodisch" ist. Die Erfahrung zeigt nun, dass derartig erzeugte Zahlen, die nicht selbstähnlich, sondern „fast selbstähnlich" sind, interessante Tonfolgen ergeben. Speziell wurde die genannte Zahlenfolge in eine Melodie in C-Dur verwandelt, indem man die Zahl 1 mit dem Grundton C identifiziert, die Zahl 2 mit dem Ton D etc. – Alternativ kann die Zahlenfolge 1, 1, 2, 1, 2, 2, 3, ... auch durch fortgesetztes Anhängen der um 1 vermehrten Teilfolgen erzeugt werden. So wird aus 1 $\rightarrow$ 1, 2 und aus 1, 2 $\rightarrow$ 1, 2, 2, 3 usw.

Ähnlich wird durch Anhängung der jeweils *vor*letzten Teilfolge an die letzte Teilfolge aus 1 und 1 0 die Folge 1 0 1 und aus 1 0 und 1 0 1 die Folge 1 0 1 1 0 etc. Diese mathematisch äußerst interessante Zahlenfol-

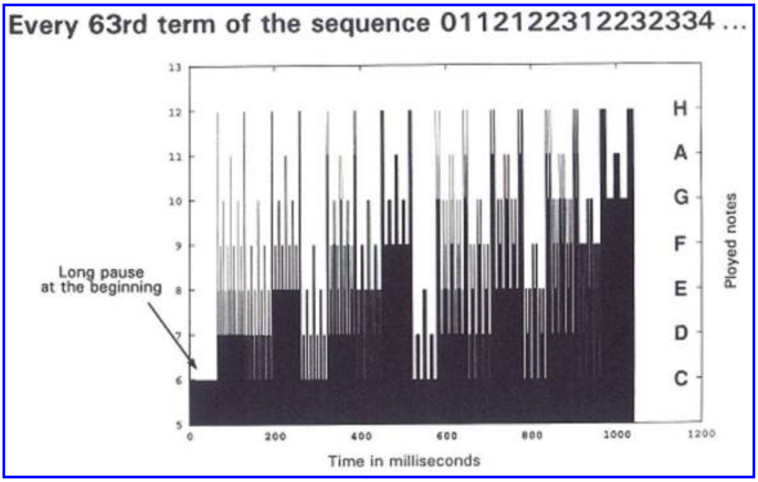


Abbildung 6: Aus zahlentheoretischen Folgen konstruierte „Barock-Töne". (Als ich einmal bei einem Vortrag über diese Thematik in Neapel sagte, es klinge natürlich nicht wie Bach, warf ein Zuhörer ein: „Ma suona come Scarlatti!")

ge habe ich „Häschenfolge" genannt, in Anspielung auf die engverwandte Fibonacci-Folge, die der italienische Mathematiker Leonardo da Pisa, genannt Fibonacci, für die Berechnung der Vermehrung von Kaninchen eingeführt hat. Die nur aus 0en und 1en bestehende Häschenfolge ergibt bei Verwandlung in einen Rhythmus ein reizvolles Zeitmuster – vielleicht, weil auch die Häschenfolge eine *approximative* Selbstständigkeit enthält.

Kompositionen mit dieser Art von zahlentheoretischen Folgen sind unter www.reglos.de/musinum von meinem Mitarbeiter Lars Kindermann zusammengestellt worden.

### *Datenschutz*

Eine andere, heute besonders wichtige Anwendung der Zahlentheorie ist die Verschlüsselung vertraulicher Daten, der Datenschutz. Bemühungen, schriftliche Mitteilungen für unberechtigte Augen unlesbar zu machen, hat es wahrscheinlich schon in vorgeschichtlicher Zeit gegeben. Am bekanntesten ist wohl – neben „Geheimtinten" – der nach Julius Caesar benannte Caesar-Schlüssel, ein nach heutiger Auffassung sehr einfach zu knackender Code, nämlich Verschlüsselung durch Verschiebung der Buchstaben des Alphabets um beispielsweise drei Plätze: Also aus A wird D, aus B wird E usw.

Abbildung 7: Der Kleine Kreuzer SMS Magdeburg 1914 bei Sankt Petersburg auf Grund gelaufen. (Damals stand die Abkürzung SMS für „Seiner Majestät Schiff".)

Eines der größten Probleme der Verschlüsselung ist die sichere Aufbewahrung und Übertragung der Geheimschlüssel. In den Kriegsmarinen der großen Seemächte wurden deshalb die Schlüssel gern auf wasserlöslichem Papier gedruckt, das sich beim Untergang des Schiffes in „nichts" auflöste. Aber manchmal läuft das Schiff auf Grund und geht nicht unter. Ein bekannter Fall ist der Kleine Kreuzer Magdeburg, der zu Beginn des 1. Weltkrieges bei Sankt Petersburg auf Grund lief und nicht unterging (siehe Abbildung 7), so dass die Russen das geheime Chiffrierbuch erbeuten konnten (siehe Abbildung 8).

An ähnlichen „Pannen" hat es auch im 2. Weltkrieg nicht gefehlt. Ein besonders dramatischer Fall ist der des deutschen Unterseebootes U 505. U 505 wurde am 4. Juni 1944 vor der westafrikanischen Küste von amerikanischen Kriegsschiffen aufgebracht und unter Wasser quer über den ganzen Atlantik abgeschleppt, um die Tatsache zu vertuschen, dass die Chiffriermaschine (Modell Enigma M4) nebst Geheimschlüssel von den Amerikanern erbeutet worden war. (Die Besatzung wurde für den Rest des Krieges – unter Verletzung der Genfer Konventionen – inkommunikado gehalten.) Kurze Zeit später befand sich die geheime Beute in Bletchley Park (England), wo sie von dem bekannten Mathematiker Alan Turing und dessen Mitarbeitern analysiert wurde – ein wesentlicher Beitrag zur Bannung der U-Bootgefahr auf dem Atlantik. (U 505 kann heute im Museum for Science and Industry in Chicago bewundert werden.)


Abbildung 8: Signalbuch der Kaiserlichen Marine: von den Russen erbeutet und der britischen Admiralität zur Verfügung gestellt.

Eine eindrucksvolle Lösung des Schlüsselproblems ist mit den Spionagetätigkeiten des bei Baku geborenen, deutschstämmigen Richard Sorge verknüpft. Sorge war Major im KGB und (aus Tarnungsgründen) Mitglied der NSDAP. Er benutzte das Deutsche Statistische Jahrbuch von 1937, das in allen Auslandsvertretungen des Dritten Reiches auslag, als Schlüsselquelle. Mit einer einfachen Formel, die Sorge nie niederschrieb, sondern im Kopf behielt, verwandelte er das jeweilige Datum in eine Seitennummer. Die Ziffern auf der entsprechenden Seite bildeten dann den Schlüssel für seine geheimen Sendungen von Tokio an die Zentrale in Moskau. Sorge war hochgebildet, sprach mehrere Sprachen und hatte Zugang zu den höchsten Kreisen in Japan. Dadurch konnte er die sowjetische Führung schon im September 1941 davon unterrichten, dass die Japaner sich gen Hawaii und Indochina wenden und nicht etwa über „Manschukuo“ in die Sowjetunion einfallen würden. Als Folge dieser frohen Botschaft konnte Stalin seine sibirischen Divisionen Anfang Dezember vor Moskau einsetzen – mit den für die deutsche Wehrmacht bekannten fatalen Folgen. Lange nach dem Krieg, 1964, wurde Sorge posthum von Nikita Chruschtschow zum „Helden der Sowjetunion“ ernannt. In Berlin (im Ostteil der Stadt) wurde zu seinen Ehren die Tilsiter Strasse in Richard-Sorge-Strasse umbenannt. (Die Existenz Sorges war zu Stalins Zeiten Staatsgeheimnis. Selbst Chruschtschow erfuhr erst durch einen westlichen Spielfilm von Sorge.)

### *Öffentliche Schlüssel*

Das allgemeine Problem der Verteilung von Schlüsseln wurde schließlich in den 1970er Jahren durch die Einführung von „public-key encryption" gelöst. Bei diesem auf der Zahlentheorie beruhenden Verfahren wird der „geheime" Schlüssel veröffentlicht. Jeder kann ihn einsehen. Aber: der Schlüssel eignet sich nur zur Verschlüsselung und ist ungeeignet für die Entschlüsselung. Diese Asymmetrie beruht auf mathematischen Einwegfunktionen, salopp „Falltür-Funktionen" genannt, die in einer Richtung leicht durchzuführen, in der umgekehrten Richtung aber praktisch unausführbar sind. Einfache Beispiele sind das Multiplizieren zweier Zahlen, das relativ einfach ist, und das schwierige Problem des Faktorisierens, d. h. der Zerlegung von großen Zahlen in ihre Faktoren. Ein moderner Computer kann zwei 200-stellige Zahlen in Bruchteilen einer Sekunde multiplizieren. Aber die Umkehrung, die Faktorisierung einer 400-stelligen Dezimalzahl, kann Jahrtausende in Anspruch nehmen. Und genau auf dieser Asymmetrie beruhen die modernen kryptografischen Verfahren, wie sie heute im Datenschutz angewandt werden. Der veröffentlichte Schlüssel besteht aus dem Produkt zweier sehr große Primzahlen. Aber nur der legitime Empfänger kennt die Faktoren dieses Produktes, die für die Entschlüsselung benötigt werden.

Auch der Nachweis, dass eine vorgegebene große Zahl eine Primzahl ist, fällt oft nicht ganz einfach. Eine der vor 40 Jahren bekannten größten Primzahlen wurde 1968 von den kalifornischen Oberschülern Laura Nickel und Curt Noll entdeckt: $2^{11213} - 1$, eine so genannte Mersenne Primzahl, die mehr als 3000 Dezimalstellen hat! Das amerikanische Post Office in Urbana (Illinois) ehrte diese Leistung mit einem eigenen Poststempel (siehe Abbildung 9).


Abbildung 9: Amerikanischer Poststempel

### *Quantenkryptografie*

Was aber wird geschehen, wenn die Computer immer schneller werden? Die größte Gefahr droht hier von den Quantencomputern, die versprechen, millionenfach schneller zu sein als die heutigen „klassischen“ Computer. Zwar liegt der Faktorisierungsrekord z. Zt. (2008) erst bei 15, d.h, 15 wurde richtig als das Produkt von 3 und 5 erkannt, aber der heutige weltweite Flugverkehr begann 1903 auch nur mit einem wenige Sekunden dauernden „Hoppser“ der Fahrradhändler Gebrüder Wright. Und der Telegraph (1833) von Gauß und Weber in Göttingen konnte nur ein Zeichen pro Minute übertragen. Heute haben viele Haushalte einen Internet-Anschluss mit vielen Megabyte pro Sekunde. (1 Byte definiert eines von 256 verschiedenen Zeichen (Buchstaben, Zahlen, Helligkeitswerte, Farben etc.). Ein mit einer einfachen digitalen Kamera aufgenommenes Bild hat (unkomprimiert) etwa 2 Megabyte.)

Die Antwort auf die von der Quantenfaktorisierung drohende Gefahr ist Quantenkryptografie. In der Quantenkryptografie wird die von Einstein verspottete und für unmöglich gehaltene „geisterhafte Fernwirkung“ (wie er es nannte) praktisch ausgenutzt. Und im Gegensatz zu Quantencomputern ist die Quantenkryptografie schon vor 2000 im großen Stil von Anton Zeilinger (Wien) demonstriert worden.

### *Exkurs in die Grafik*

Mir war die Zahlentheorie auch immer eine Inspiration für attraktive grafische Entwürfe: Abbildung 10 zeigt die partiellen Gaußschen Summen für eine Zahl, die bei Division durch 4 den Rest 2 lässt. Sie fängt bei 0 in der Bildmitte an und hört wieder bei 0 auf, nachdem sie vorher die beiden Spiralen durchlaufen hat.

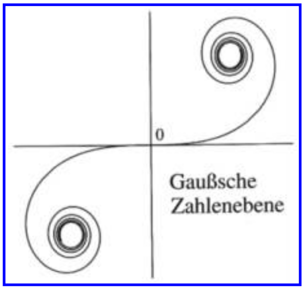


Abbildung 10: Gaußsche Summe

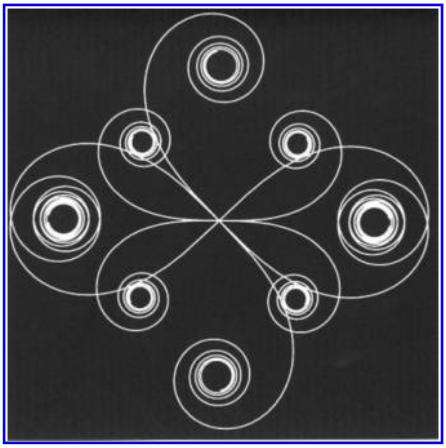

Abbildung 11: Gaußsche Spiralen

Abbildung 11 zeigt eine durch Kombination mehrerer Gaußscher Spiralen gewonnene Grafik.

Abbildung 12 zeigt das Spektrum (Betrag der Fouriertransformierten) teilerfremder Zahlen. Genauer: Von allen Zahlenpaaren zwischen 2 und 1024 wird zunächst berechnet, ob sie einen gemeinsamen Teiler haben. Als

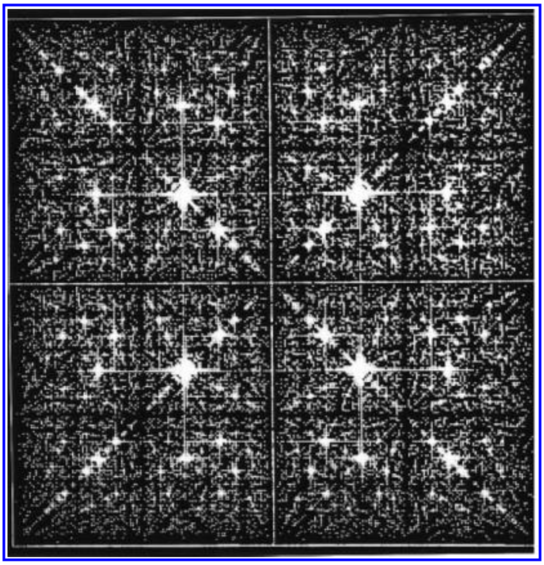

Abbildung 12: Spektrum teilerfremder Zahlen (programmiert von Sue Hanauer)

nächstes konstruiert man eine zweidimensionale zweiwertige Funktion mit den Werten $+1$ und $-1$, je nachdem, ob die beiden Zahlen einen gemeinsamen Teiler haben oder „teilerfremd“ sind. Von dieser Funktion berechnet man dann die zweidimensionale Diskrete Fourier-Transformation, deren Betrag, durch verschiedene Helligkeitswerte wiedergegeben, Abbildung 12 zeigt.

Das ursprüngliche Bild bestand aus 1 048 576 Bildpunkten, heute ein Megapixel genannt. Im Jahre 1968 erforderte die Berechnung (durch meine Mitarbeiterin Suzanne Hanauer) die Zusammenschaltung mehrerer großer Rechner. Heutzutage schafft das ein einzelner, gewöhnlicher Laptop in wenigen Sekunden.

### *Zum Schluss*

Die Zahlentheorie ist ein weitverzweigtes Gebiet, dekoriert mit unzähligen Gleichungen und Ungleichungen. Viele Probleme haben Hunderte von Jahren auf eine Lösung warten müssen, wie z. B. das berühmte „Letzte Theorem“ von Pierre de Fermat, für dessen Lösung die Göttinger Akademie vor einigen Jahren (1997) den hochdotierten Wolfskehl-Preis an Andrew Wiles vergeben hat, 360 Jahre nach der Formulierung des Problems durch Fermat.

Auch die vor 150 Jahren von dem Göttinger Mathematiker Bernhard Riemann formulierte Hypothese, die sogenannte Riemannsche Vermutung, von deren Richtigkeit ein Großteil der Zahlentheorie abhängt, ist – trotz enormer Bemühungen – nach wie vor unbewiesen. David Hilbert soll einmal gesagt haben, seine erste Frage bei einer eventuellen Wiederauferstehung von den Toten würde sein: „Ist die Riemannsche Vermutung endlich bewiesen?“

Auch die Goldbachsche Vermutung, nämlich dass jede gerade Zahl größer als 2 die Summe zweier Primzahlen sei, harrt seit ihrer Formulierung 1742 durch Christian Goldbach in Moskau eines Beweises. Dabei ist der Tatbestand so einfach wie nur denkbar, z. B. ist $6 = 3 + 3$ und $8 = 3 + 5$, usw. Aber das ist typisch für die Zahlentheorie, vor allem für die Additive Zahlentheorie: äußerst einfache Tatbestände, aber unglaublich schwere oder gar nicht existierende Beweise.

Von den unzähligen Anwendungen der Theorie der Zahlen im täglichen Leben habe ich mich hier, neben einigen „künstlerischen“ Betrachtungen aus Musik und Grafik, auf zwei Themen beschränkt, nämlich auf Methoden zur Verbesserung der Akustik von Konzertsälen und den praktischen Datenschutz. Ich hoffe, dieser kleine Exkurs in das Reich der „Königin der Mathematik“ hat Ihnen Freude gemacht.